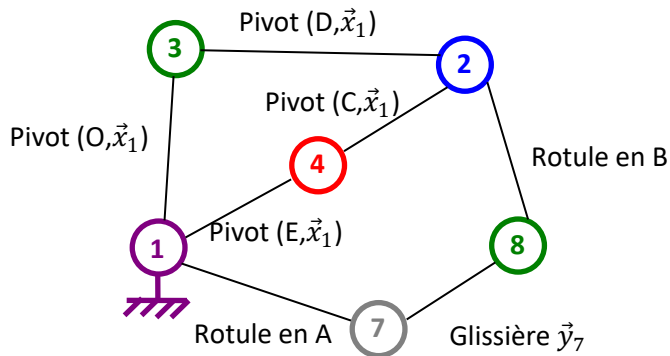


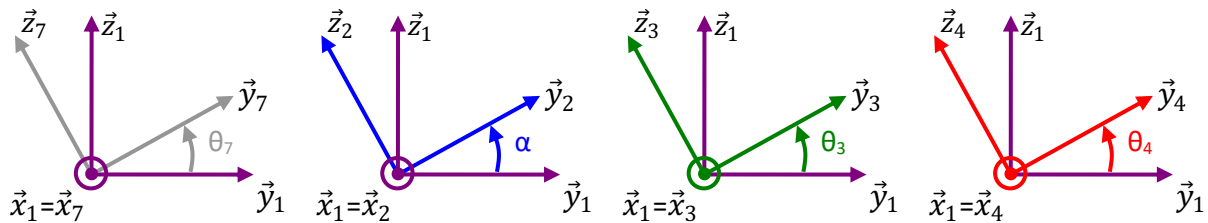
Traineau pendulaire 2.1® du père Noel - Corrigé

Q.1. Paramètre d'entrée : $\lambda(t)$ et paramètre de sortie : α

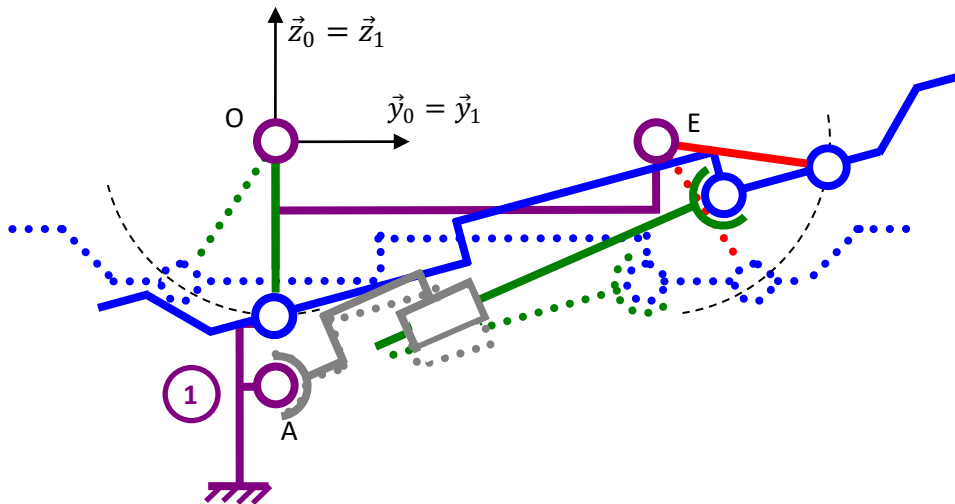
Q.2. Graphe des liaisons



Q.3. Figures géométrales



Q.4.



Pour cette configuration $\alpha \approx 15^\circ = \alpha_{\max} \rightarrow$ l'exigence du cahier des charges est validée.

Q.5. Graphiquement on mesure une longueur AB de 6,4 cm soit 1,28m < 1,5 m du cahier des charges $\rightarrow$ l'exigence du cahier des charges est validée.

Q.6. Fermeture géométrique (OABD) : $\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DO} = \vec{0} \rightarrow -a.\vec{z}_0 + \lambda(t).\vec{y}_7 - b.\vec{y}_2 - d.\vec{y}_3 = \vec{0}$

Q.7. On projette dans b_0 :

$$\begin{cases} \vec{y}_0 : \lambda(t).\cos \theta_7 - b.\cos \alpha - d.\cos \theta_3 = 0 \\ \vec{z}_0 : -a + \lambda(t).\sin \theta_7 - b.\sin \alpha - d.\sin \theta_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda(t).\cos \theta_7 = b.\cos \alpha + d.\cos \theta_3 \\ \lambda(t).\sin \theta_7 = a + b.\sin \alpha + d.\sin \theta_3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \lambda^2(t).\cos^2 \theta_7 = (b.\cos \alpha + d.\cos \theta_3)^2 \\ \lambda^2(t).\sin^2 \theta_7 = (a + b.\sin \alpha + d.\sin \theta_3)^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \lambda^2(t) = (b.\cos \alpha + d.\cos \theta_3)^2 + (a + b.\sin \alpha + d.\sin \theta_3)^2$$

$$\rightarrow \lambda(t) = \sqrt{(b \cdot \cos \alpha + d \cdot \cos \theta_3)^2 + (a + b \cdot \sin \alpha + d \cdot \sin \theta_3)^2}$$

Pour $\theta_3 = -90^\circ$: $\rightarrow \lambda(t) = \sqrt{(b \cdot \cos \alpha)^2 + (a + b \cdot \sin \alpha - d)^2}$

$$\rightarrow \lambda(t) = \sqrt{(1,24 \times \cos 15^\circ)^2 + (0,64 + 1,24 \times \sin 15^\circ - 0,46)^2} = 1,29 \text{ m}$$

valeur identique à la précision du tracé prêt !

Q.8. on a : $\overrightarrow{\Omega_{7/1}} = \dot{\theta}_7 \cdot \vec{x}_1$; $\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1$; $\overrightarrow{\Omega_{3/1}} = \dot{\theta}_3 \cdot \vec{x}_1$; $\overrightarrow{\Omega_{4/1}} = \dot{\theta}_4 \cdot \vec{x}_1$

Q.9. $\overrightarrow{V_{B,8/1}} = \frac{d}{dt} \overrightarrow{AB} \Big|_1 = \frac{d}{dt} \lambda(t) \cdot \vec{y}_7 \Big|_1 = \dot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}_7 + \lambda(t) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \vec{z}_7$

Q.10. $\overrightarrow{V_{B,8/1}} = \overrightarrow{V_{B,8/7}} + \overrightarrow{V_{B,7/1}}$ (composition de mouvement) avec :

$$\overrightarrow{V_{B,8/7}} = \frac{d}{dt} \overrightarrow{AB} \Big|_7 = \dot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}_7 \text{ (champ des vitesses)}$$

$$\overrightarrow{V_{B,7/1}} = \overrightarrow{V_{A,7/1}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{7/1}} = -\lambda(t) \cdot \vec{y}_7 \wedge \dot{\theta}_7 \cdot \vec{x}_7 = \lambda(t) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \vec{z}_7 \text{ (champ des vitesses)}$$

D'où : $\overrightarrow{V_{B,8/1}} = \dot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}_7 + \lambda(t) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \vec{z}_7$

Q.11. On a $\overrightarrow{V_{B,8/1}} = \overrightarrow{V_{B,8/2}} + \overrightarrow{V_{B,2/1}}$ (composition de mouvement)

D'autre part $\overrightarrow{V_{C,2/1}} = \overrightarrow{V_{B,2/1}} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}_7 + \lambda(t) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \vec{z}_7 - c \cdot \vec{y}_2 \wedge \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_2 = \dot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}_7 + \lambda(t) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \vec{z}_7 + c \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_2$

On peut aussi trouver cette expression $\overrightarrow{V_{C,2/1}} = \frac{d}{dt} \overrightarrow{EC} \Big|_1 = \frac{d}{dt} d \cdot \vec{y}_4 \Big|_1 = d \cdot \dot{\theta}_4 \cdot \vec{z}_4$ (+ simple certes mais on n'a pas d'informations sur $\dot{\theta}_4$!)

Q.12.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Gamma_{C,2/1}} &= \frac{d}{dt} \overrightarrow{V_{C,2/1}} \Big|_1 = \frac{d}{dt} \dot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}_7 + \lambda(t) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \vec{z}_7 + c \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_2 \Big|_1 \\ &= \ddot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}_7 + \dot{\lambda}(t) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \vec{z}_7 + \dot{\lambda}(t) \cdot \dot{\theta}_7 \cdot \vec{z}_7 + \lambda(t) \cdot \ddot{\theta}_7 \cdot \vec{z}_7 - \lambda(t) \cdot \dot{\theta}_7^2 \cdot \vec{y}_7 + c \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_2 - c \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{y}_2 \end{aligned}$$

Dans B_7 seul z_2 et y_2 sont à projeter : $\vec{z}_2 = \cos(\alpha - \theta_7) \vec{z}_7 - \sin(\alpha - \theta_7) \vec{y}_7$
 $\vec{y}_2 = \sin(\alpha - \theta_7) \vec{z}_7 + \cos(\alpha - \theta_7) \vec{y}_7$

Donc

$$\overrightarrow{\Gamma_{C,2/1}} \Big|_{B_7} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ddot{\lambda}(t) - \lambda(t) \cdot \dot{\theta}_7^2 - c \cdot \ddot{\alpha} \cdot \sin(\alpha - \theta) - c \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \cos(\alpha - \theta) \\ 2 \cdot \dot{\lambda}(t) \cdot \dot{\theta}_7 + \lambda(t) \cdot \ddot{\theta}_7 + c \cdot \ddot{\alpha} \cdot \cos(\alpha - \theta) - c \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin(\alpha - \theta) \end{pmatrix}$$

Q.13

$\alpha = \text{cste}$ donc $\dot{\alpha} = \ddot{\alpha} = 0$ ainsi

$$\overrightarrow{\Gamma_{C,2/1}} \Big|_{B_7} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ddot{\lambda}(t) - \lambda(t) \cdot \dot{\theta}_7^2 \\ 2 \cdot \dot{\lambda}(t) \cdot \dot{\theta}_7 + \lambda(t) \cdot \ddot{\theta}_7 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\| \overrightarrow{\Gamma_{C,2/1}} \right\| = \sqrt{(\ddot{\lambda}(t) - \lambda(t) \cdot \dot{\theta}_7^2)^2 + (2 \cdot \dot{\lambda}(t) \cdot \dot{\theta}_7 + \lambda(t) \cdot \ddot{\theta}_7)^2}$$

AN : $\left\| \overrightarrow{\Gamma_{C,2/1}} \right\| = 1,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Q.14 $\left\| \overrightarrow{\Gamma_{C,2/1}} \right\| < 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ L'exigence du cahier des charges est ainsi validée.