

Durée de l'épreuve : 1h30

Aucun document autorisé - L'usage de la calculatrice est autorisé

Cet énoncé comporte 4 pages numérotées de 1 à 4. **Tous les documents doivent être rendus (sujet entier + documents réponse).** **Les résultats doivent être encadrés.** L'écriture doit être de préférence à l'encre bleue et non pas au crayon à papier. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre. Il est conseillé de lire la totalité de l'énoncé avant de commencer l'épreuve.

Traineau pendulaire 2.1® du père Noël

(Très librement inspiré d'un sujet centrale PSI portant initialement sur la pendulation des TGV ^^)

Pour améliorer son temps de parcours et les performances de tenue de route céleste, le père Noël a développé un traineau 2.1® en y ajoutant un système de pendulation utilisé dans les TGV. Le père Noël ayant fait une PSI puis Supaéro dans sa jeunesse sait que ce système permet de réduire l'accélération transversale ressentie par le passager en virage (accélération centripète) qui au-delà d'une certaine valeur devient très gênante, voire dangereuse pour le passager.



Son système de pendulation, interposé entre les patins et la caisse du traineau, autorise, par inclinaison de la caisse autour de son axe longitudinal, la diminution de l'accélération transversale ressentie par le passager (le père Noël lui-même) et permet ainsi un passage en courbe à une vitesse beaucoup plus importante que son traineau 2.0® classique pour le même niveau de confort.

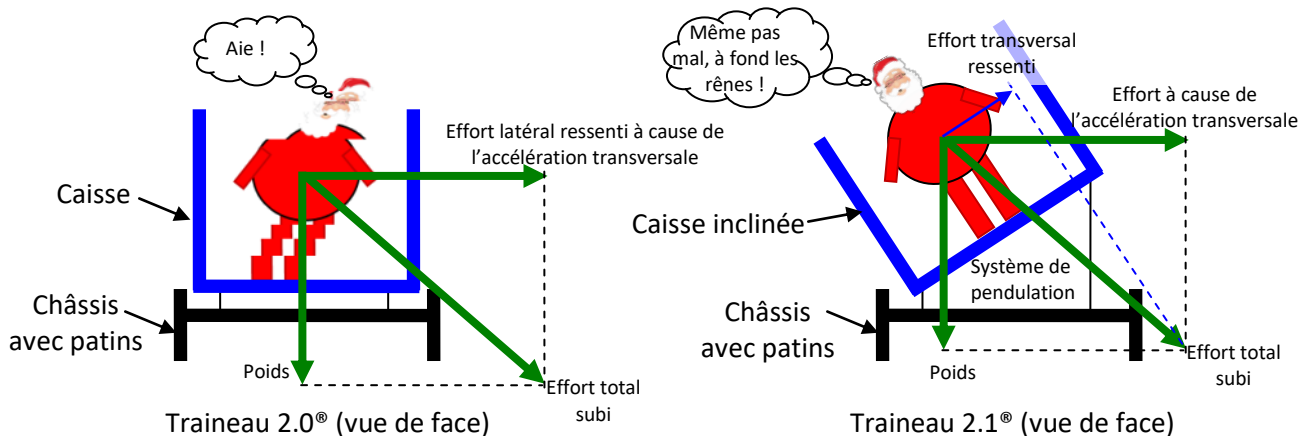


Figure 1 - Traineaux 2.0® et 2.1® se déplaçant à la même vitesse en phase de virage à droite.

L'objectif de ce sujet est de valider les performances cinématiques de ce système de pendulation dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges.

Le contrôleur de vol embarqué du traineau détermine par anticipation à partir de l'information de plusieurs capteurs implémentés sur le traineau et les rênes la quantité d'accélération transversale lors d'un virage. Le contrôleur de vol élabore ensuite une commande en temps réel à destination d'un vérin électromécanique asservi. Cet actionneur, à l'aide d'une chaîne cinématique particulière, permet d'incliner la traverse reliée à la caisse par rapport aux patins du traineau. C'est au final cette inclinaison qui permet de réduire l'accélération transversale ressentie en virage.

Exigences	Critères	Niveaux
Le système doit respecter les exigences techniques suivantes	Angle de pendulation maximal entre traverse et patins	α_{max}
	Longueur maximale de sortie du vérin	1,5 m
	Accélération maximale donnée à la caisse	$\Gamma_{c,max} = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
	...	

Modélisation et hypothèses

Pour cette étude, on se place dans un problème plan $(0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ qui correspond à celui représenté sur le schéma cinématique 2D de la figure 2 et du document réponse DR1. Cette vue plane correspond à une vue transversale du traineau. Le solide 2 correspond à l'ensemble traverse + caisse du traineau et le solide 1 aux patins. L'ensemble 7 + 8 correspond au vérin électromécanique. On se place, pour cette étude, dans le cas où le traineau est encore à l'arrêt posé au sol, par conséquent les patins 1 seront considérés fixes par rapport au sol.

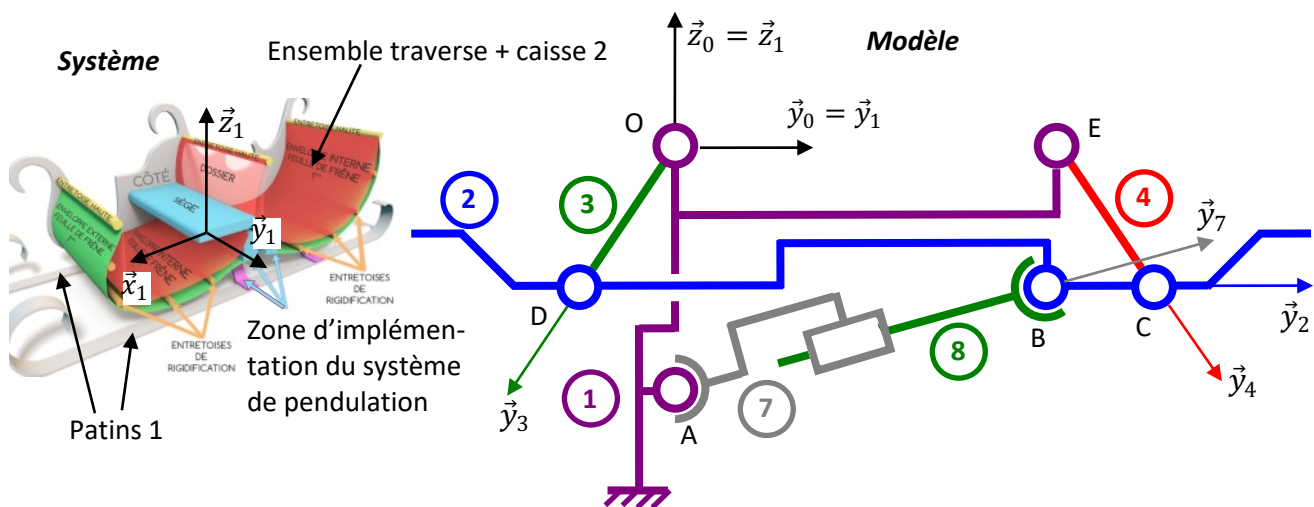


Figure 2 - Schéma cinématique du système de pendulation dans le plan $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

$R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ repère lié au sol ;

$R_1 = (O, \vec{x}_1 = \vec{x}_0, \vec{y}_1 = \vec{y}_0, \vec{z}_1 = \vec{z}_0)$ repère lié aux patins 1, considérés comme un bâti et supposé galiléen ;

$R_7 = (A, \vec{x}_7, \vec{y}_7, \vec{z}_7)$ repère lié à l'actionneur 7 et tel que $\theta_7 = (\vec{y}_1, \vec{y}_7) = (\vec{z}_1, \vec{z}_7)$;

$R_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ repère lié à l'ensemble 2 (traverse + caisse) tel que $\alpha = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$;

$R_3 = (O, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ repère lié à la biellette 3 tel que $\theta_3 = (\vec{y}_1, \vec{y}_3) = (\vec{z}_1, \vec{z}_3)$;

$R_4 = (E, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ repère lié à la biellette 4 tel que $\theta_4 = (\vec{y}_0, \vec{y}_4) = (\vec{z}_0, \vec{z}_4)$;

$\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \cdot \vec{y}_7$	$\overrightarrow{OD} = d \cdot \vec{y}_3$	$\overrightarrow{EC} = d \cdot \vec{y}_4$	$\overrightarrow{OE} = e \cdot \vec{y}_0$
$\overrightarrow{OA} = -a \cdot \vec{z}_0$	$\overrightarrow{BC} = c \cdot \vec{y}_2$	$\overrightarrow{DB} = b \cdot \vec{y}_2$	On pourra noter $\overrightarrow{DC} = L \cdot \vec{y}_2$
Données numériques : $a=0,64 \text{ m} ; b=1,24 \text{ m} ; c=0,3 \text{ m} ; d=0,46 \text{ m} ; e=0,99 \text{ m}$			

On considère sur ce modèle que :

- Le corps de l'actionneur 7 en liaison glissière de direction \vec{y}_7 avec la tige 8.
- le corps de l'actionneur 7 est en liaison rotule en A avec le bâti 1.
- La tige de vérin 8 est en liaison rotule avec l'ensemble traverse + caisse 2 en B.
- L'ensemble traverse + caisse 2 est en liaison pivot d'axe (C, \vec{x}_0) avec la biellette 4 et en liaison pivot d'axe (D, \vec{x}_0) avec la biellette 3.
- La biellette 3 est en liaison pivot d'axe (O, \vec{x}_0) avec le bâti 1.
- La biellette 4 est en liaison pivot d'axe (E, \vec{x}_0) avec le bâti 1.

- Q1. Donner le paramètre géométrique d'entrée (qui permet de piloter le mouvement de la caisse) et celui de sortie ?
- Q2. Tracer le graphe des liaisons associé à la modélisation représentée par le schéma cinématique 2D de la figure 2.
- Q3. Etablir les 4 figures géométrales représentant le paramétrage angulaire défini dans la partie modélisation et hypothèses.
- Q4. Compléter le schéma cinématique de la position proposée où $\theta_3 = -90^\circ$ et vérifier qu'elle permet d'obtenir l'angle maximal d'inclinaison du cahier des charges. Attention à respecter les distances entre les points des solides indéformables ... Utiliser votre compas !
- Q5. Mesurer **en mm** la longueur AB (longueur du vérin) puis donner la longueur réelle du vérin en position sortie et vérifier le cahier des charges.
- Q6. Ecrire l'équation vectorielle correspondant à la fermeture de chaîne (OABD) dans la base B_0 .
- Q7. En déduire une relation entre λ , α et θ_3 . Faire l'application numérique pour la configuration inclinaison maximale ($\theta_3 = -90^\circ$) afin de vérifier le résultat de la question 4.
- Q8. Ecrire les vecteurs de rotation instantanés $\overrightarrow{\Omega_{7/1}}$, $\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$, $\overrightarrow{\Omega_{3/1}}$, $\overrightarrow{\Omega_{4/1}}$.
- Q9. Calculer, par calcul direct, le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{B,8/1}}$.
- Q10. Retrouver, par composition des vitesses et champ des vitesses, le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{B,8/1}}$.
- Q11. Calculer le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{C,2/1}}$.
- Q12. Calculer alors $\overrightarrow{\Gamma_{C,2/1}}$ et l'écrire en projection dans la base B_7 .

Pour l'angle maximal, qui correspond à l'accélération maximale, on a $\alpha = \alpha_{max}$ une constante ; $\lambda = 1,3\text{m}$; $\dot{\lambda} = 2,2\text{m/s}$; $\ddot{\lambda} = 1,6\text{m/s}^2$; $\dot{\theta}_7 = 0,25\text{rad/s}$; $\ddot{\theta}_7 = 0,05\text{ rad/s}^2$

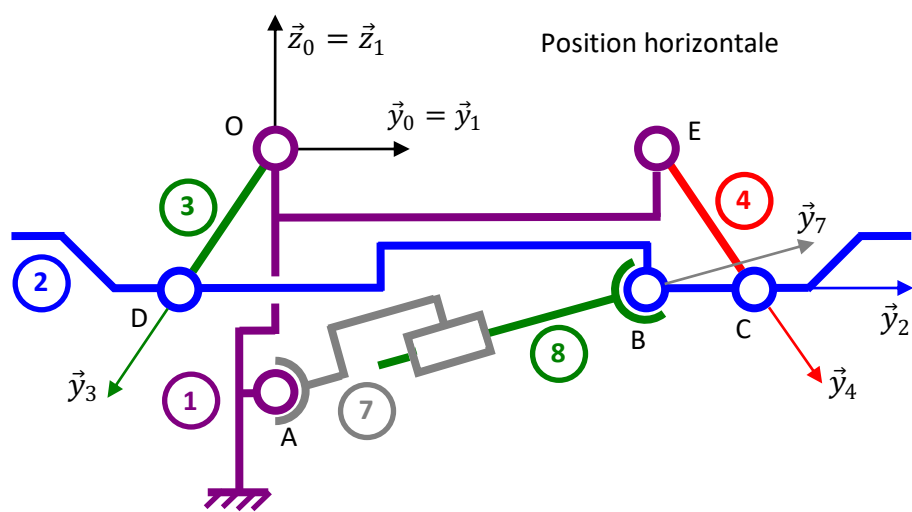
- Q13. Donner l'expression littérale de la norme de l'accélération en C $\|\overrightarrow{\Gamma_{C,2/1}}\|$, puis effectuer l'application numérique.
- Q14. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.



NOM :

Prénom :

Document réponse DR 1 :

Position $\theta_3 = -90^\circ$ 