

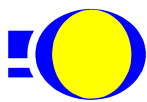
TP 2.2

MODELE MÉCANIQUE DE L'ATTELLE CPM 130

PRESENTATION DU SYSTEME

Le système étudié est une attelle de mobilisation du genou, présente dans les cabinets de kinésithérapie et centres de ré-éducation fonctionnelle. Le professionnel de santé l'emploie sur les patients ayant subi des lésions au niveau du genou, avec pour but de faire retrouver au patient, séance après séance, une mobilité satisfaisante de son articulation traumatisée.





COMPETENCES VISEES

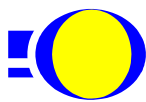
- ❖ Isoler un système et justifier l'isolement
- ❖ Interpréter et vérifier la cohérence des résultats obtenus expérimentalement, analytiquement ou numériquement. $\hookrightarrow I$
- ❖ Rechercher et proposer des causes aux écarts constatés.
- ❖ Identifier les paramètres d'un modèle
- ❖ Identifier et justifier les hypothèses nécessaires à la modélisation
- ❖ Modéliser une action mécanique
- ❖ Vérifier la cohérence du modèle choisi en confrontant les résultats analytiques et/ou numériques aux résultats expérimentaux
- ❖ Déterminer la réponse temporelle $\hookrightarrow I$
- ❖ Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé
- ❖ Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus
- ❖ Mener une simulation numérique $\hookrightarrow I$
- ❖ Mettre en œuvre un système en suivant un protocole

MATERIEL MIS EN ŒUVRE

- ❖ L'attelle CPM130 instrumentée
- ❖ Un PC muni :
 - de l'IHM et de l'Environnement Multimédia Pédagogique (EMP)
 - d'un modèle CAO de l'attelle CPM-130 (sous SOLIDWORKS)
 - d'un modèle mécanique de l'attelle CPM-130 (sous MECA3D)

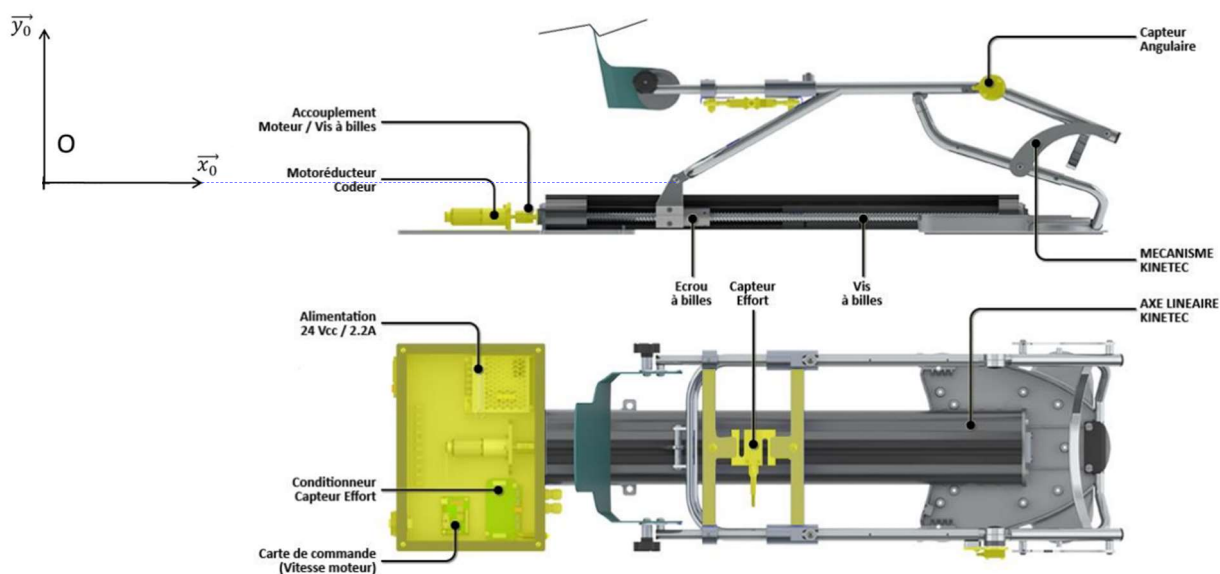
OBJECTIFS DU TP

L'objectif du TP est d'établir un modèle mécanique de l'attelle CPM-130, afin de déterminer l'expression temporelle d'un couple moteur qui permettrait d'obtenir une accélération angulaire constante pour l'articulation du genou, sans avoir recours à une boucle d'asservissement de position ou vitesse.



I. EQUATION DE MOUVEMENT DE L'AXE LINEAIRE

Ci-dessous figure un descriptif des constituants de l'attelle CPM-130.



L'objectif de cette partie est de déterminer l'équation de mouvement qui relie le couple moteur à la vitesse de déplacement de l'écrou à billes, et de la valider expérimentalement.

On utilisera les notations suivantes :

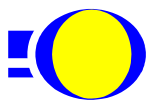
- Vitesse de rotation en sortie moteur : ω_M
- Couple en sortie du moteur : C_M
- Vitesse de rotation en sortie réducteur : ω_R
- Couple en sortie du moteur : C_R
- Pas de la vis : p
- Rapport de réduction du réducteur : r
- Moment d'inertie du rotor : J_M
- Moment d'inertie du réducteur en son entrée : J_R

I.1 ANALYSE ENERGÉTIQUE DE L'ATTELLE

Activité 1 Déterminer littéralement, en employant toute simplification que vous jugerez pertinente, l'énergie cinétique de l'ensemble rotor + réducteur + vis à billes. Justifier qu'on ne s'intéresse pas aux pièces du mécanisme en aval de la vis à billes pour ce calcul.

On ne s'intéresse pas aux pièces en aval du mécanisme car le rapport de réduction du système vis-écrou, dont le terme est au carré dans le calcul de l'Ec, rend toutes les énergies cinétiques en aval négligeables devant celles en amont dans la chaîne cinématique.

Soit le système matériel $S = \{\text{rotor} + \text{éléments mobiles du réducteur} + \text{vis}\}$, soit r le rapport de réduction du réducteur.



$$\begin{aligned}
T(S/R_g) &= T(\text{rotor}/R_g) + T(\text{"réducteur"}/R_g) + T(\text{vis}/R_g) \\
&= \frac{1}{2}J_m\omega_m^2 + \frac{1}{2}J_r\omega_m^2 + \frac{1}{2}J_v\omega_r^2 \quad (\text{On note que l'énergie cinétique du réducteur s'écrit en son entrée}) \\
&= \frac{1}{2}(J_m + J_r)\omega_m^2 + \frac{1}{2}J_v(k\omega_m)^2 \\
&= \frac{1}{2}(J_m + J_r + k^2J_v)\omega_m^2
\end{aligned}$$

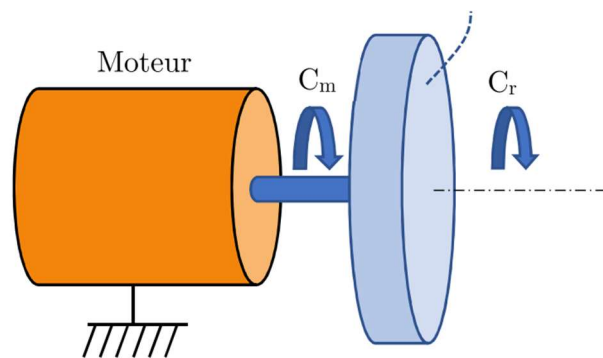
Activité 2 En déduire l'expression de l'inertie équivalente J_{eq} vue depuis le moteur. Déterminer sa valeur numérique (en $\text{kg}\cdot\text{m}^2$).

$$J_{eq} = \frac{1}{2}(J_m + J_r + k^2J_v)\omega_m^2$$

A.N : $J_{eq} = 2,06 \cdot 10^{-6} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ (on considère que la vis est un cylindre en acier de longueur 0.722m, de diamètre moyen 15 mm, en acier (masse volumique $7800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$)). J_m et J_r sont dans la doc technique.

On considère que l'ensemble des phénomènes de frottement génère un couple « vu du moteur » que l'on note C_r . Cette hypothèse nous permet de nous ramener au problème mécanique équivalent suivant :

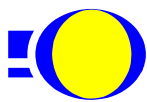
Disque d'inertie de moment d'inertie J_{eq}



Activité 3 Par application du théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'équation de mouvement reliant ω_M , C_M , et C_r .

En isolant le système matériel $\Sigma = \{\text{axe moteur} + \text{pièces mobiles du réducteur (+ joint d'accouplement)} + \text{vis à billes}\}$, par application du théorème de l'énergie cinétique, on peut écrire :

$$\begin{aligned}
\frac{dT(\Sigma/R_g)}{dt} &= P_{ext}(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/R_g) + P_{int}(\Sigma) \\
2 * \frac{1}{2}J_{eq}\omega_M \dot{\omega}_M &= C_M\omega_M + C_r\omega_M \\
J_{eq}\dot{\omega}_M &= C_M + C_r
\end{aligned}$$



I.2 MODÈLE DE FROTTEMENT

✓ Test de lâché

On s'intéresse dans le cadre de ces activités expérimentales de découverte au choix d'un modèle de frottement. On se propose d'effectuer l'expérience suivante, intitulée ici « test de lâché ».

Le protocole est le suivant :

- En mode LABO, placer chariot à 350 mm
- Consigne courant à 0 mA
- choix des mesures : exclusivement Vitesse Axe
- période d'échantillonnage 20ms (pour une durée de mesure d'environ 5s) :

Actif	Variable	Octets
1: ☒	Vitesse Axe	4
2: ☐	Courant Moteur	2
3: ☐	Vitesse Axe	4
4: ☐	Position Axe	4

On « lance » le chariot à la main, puis on le lâche (l'acquisition doit inclure le mouvement total jusqu'à l'arrêt).

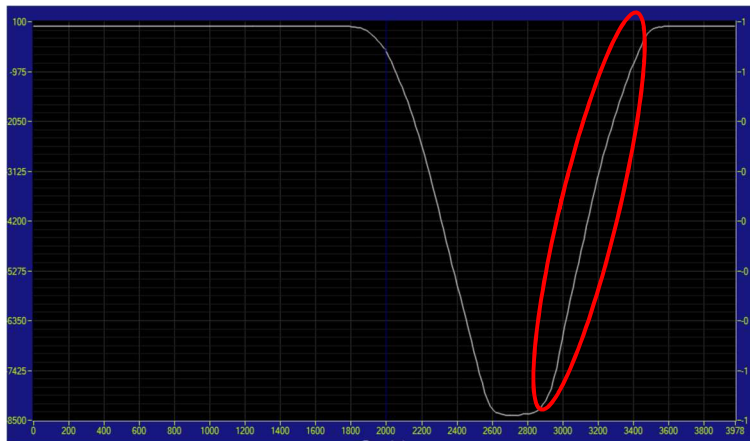
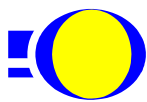
Mode asservissement: COURANT	
Courant demandé	Valeurs actuelles
Consigne : 0 mA	Consigne : 34 mA
	Courant : 33 mA

Activité 4 Au vu de l'expérience mise en œuvre, se prononcer sur un modèle de frottement adéquat (pas de quantification attendue pour cette question).

En phase de lâché, l'équation de mouvement est :

$$J_{eq} \dot{\omega}_M = -C_{rsec} - f \omega_M$$

En l'absence de frottement fluide, la réponse $\omega_M(t)$, solution de l'équation différentielle ci-dessus, devrait donc être de nature affine, et sa représentation graphique devrait être rectiligne. Or ce n'est pas le cas, donc la composante fluide du couple résistant ne doit pas être négligée.



Le modèle de frottement est tel que $C_r = -C_{rsec} - f\omega_M$ (C_{rsec} correspondant au modèle de Coulomb)

Maintenant qu'un modèle de frottement a été choisi, on souhaite quantifier les paramètres caractéristiques de celui-ci, à savoir son couple résistant sec, noté C_{rsec} (N.m), et son coefficient de frottement visqueux, noté f (N.m.s)

- Lancer le logiciel Ihm_CPM-130.
- Connecter l'interface PC (la LED devient verte en mode « connexion ») au CPM-130



- Cliquer sur l'interrupteur « Activation » pour activer la carte de commande
- Passer en mode LABO
- Amener le chariot à son abscisse initiale $P_{a0}=230$ mm grâce à la commande ci-contre

Paramétrer le mouvement commandé en cliquant sur « envoyer sollicitation axe » (cocher *acquisition*) avec les paramètres suivants :

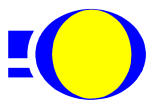


- Consigne de vitesse du chariot= 5 mm/s
- Choix des mesures : Courant et Vitesse Axe
- Période d'échantillonnage 100ms (pour une durée de mesure d'environ 4s)
- Correcteur vitesse : $K_p=90$; $K_i=0$

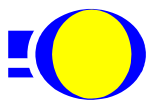
Activité 5 Faire 4 mesures, pour lesquelles la consigne en vitesse du chariot sera successivement de 5, 10, 15, et 20 mm/s, lors desquelles vous relèverez les valeurs de ω_{moteur} (rad.s⁻¹), et l'intensité I (A) en régime permanent. Justifier que la mesure de l'intensité nous fournit en régime permanent une image du couple résistant C_r (Nm) dû aux frottements.

En régime permanent, on a $C_m = -C_r$. Or, $C_m = kt.I$, par conséquent, en R.P., $C_r = -kt.I$

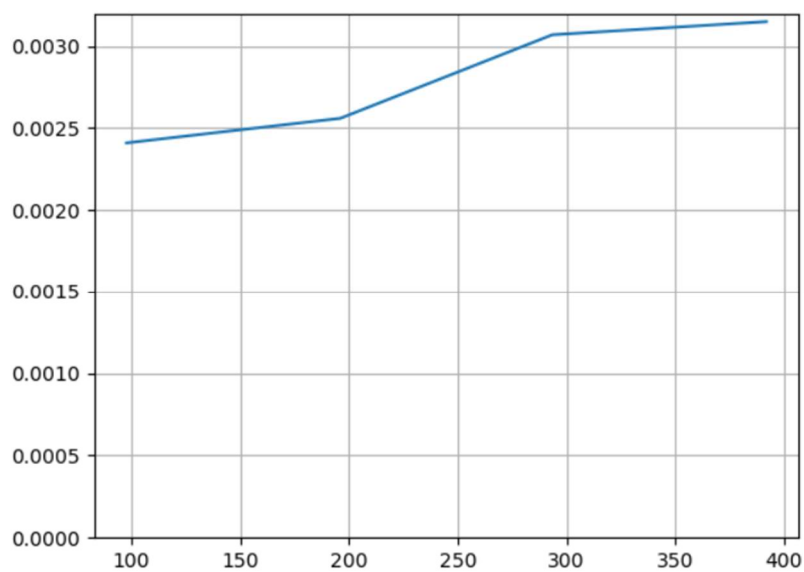
Activité 6 Tracer avec un outil numérique (Excel, Python,...) vos relevés de points $|C_r| = f(I)$. En déduire les valeurs du couple résistant sec C_{rsec} (N.m), et le coefficient de frottement visqueux f (N.m.s). (aide : sous Python, vous pourrez avantageusement utiliser la méthode *polyfit* de la bibliothèque *Numpy*, ou la méthode *linregress* de la bibliothèque *stats* afin de mettre en œuvre une régression linéaire).



V_{cons} (mm/s)	$N_{\text{m_RP}}$ (tr/min)	$\Omega_{\text{m_RP}}$ (rad.s ⁻¹)	I en RP (A)	Cr en RP (Nm)
5	933	97.70	0.094	0.00241
10	1872	196.0	0.100	0.00256
15	2803	293.5	0.120	0.00307
20	3742	391.9	0.123	0.00315



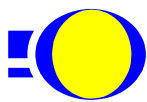
Tracé du couple résistant en RP en fonction de la vitesse de rotation du moteur



En approchant le nuage de points obtenu avec une fonction affine, dans la mesure où $|C_R| = C_{rsec} + f \omega_M$, l'ordonnée à l'origine est le couple résistant sec C_{rsec} , et le coefficient directeur est f .

On trouve $C_{rsec}=0.0021$ Nm

$f=2,78.10^{-6}$ Nms



I.3 CONFRONTATION DU MODÈLE À L'EXPÉRIENCE

Il s'agit maintenant de comparer les réponses respectives du système réel et du modèle à un échelon de courant. A cette fin, il est possible, en mode LABO, d'imposer un échelon de courant. On admet que, dans le cadre de la qualification du modèle mécanique, l'asservissement en courant est idéal.

Activité 7 Déterminer l'amplitude de la consigne de courant qui correspond à une amplitude de couple de 5 mN.m.

$$K_t = 25.6 \text{ mNm} \cdot \text{A}^{-1}$$

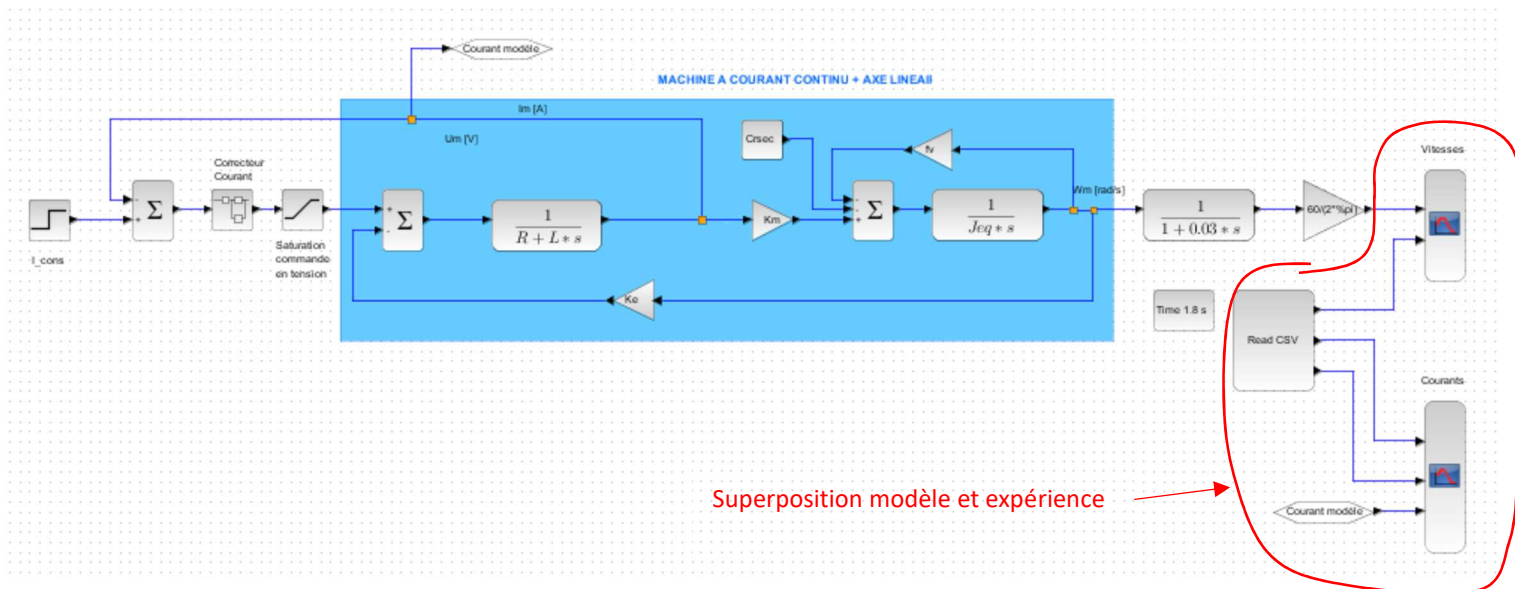
$$I = C_m / K_t \Rightarrow I = 0.20 \text{ A}$$

Activité 8 Mettre en œuvre le protocole expérimental dans lequel l'attelle CPM-130 est soumise à un échelon de courant d'amplitude correspondante à une amplitude de couple de 5 mNm. (pour la mise en œuvre de ce protocole vous pourrez vous référer au manuel de l'IHM p.67). Vous procéderez à l'acquisition avec les paramètres suivants :

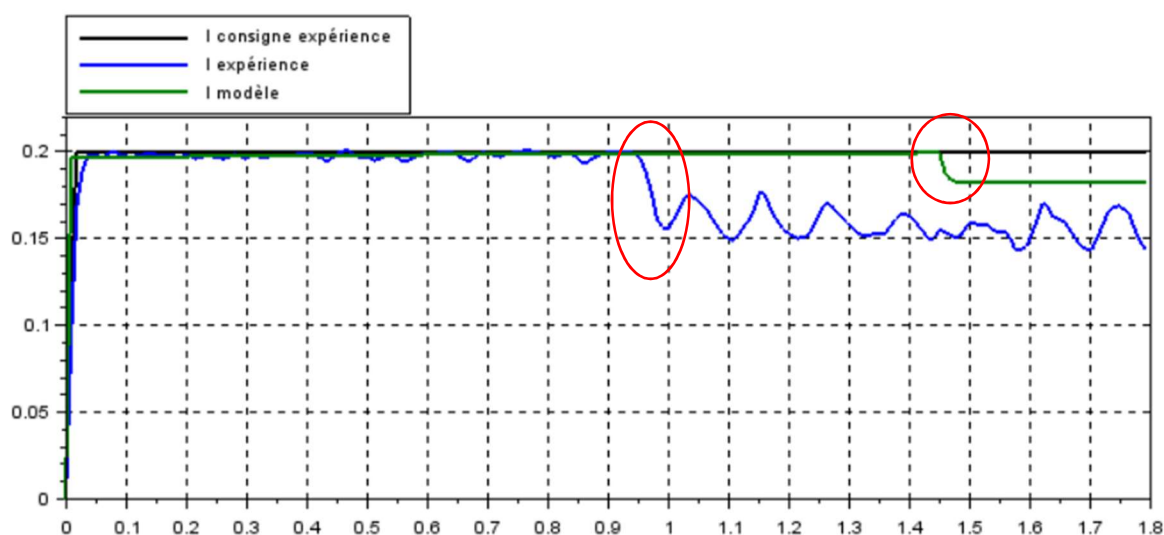
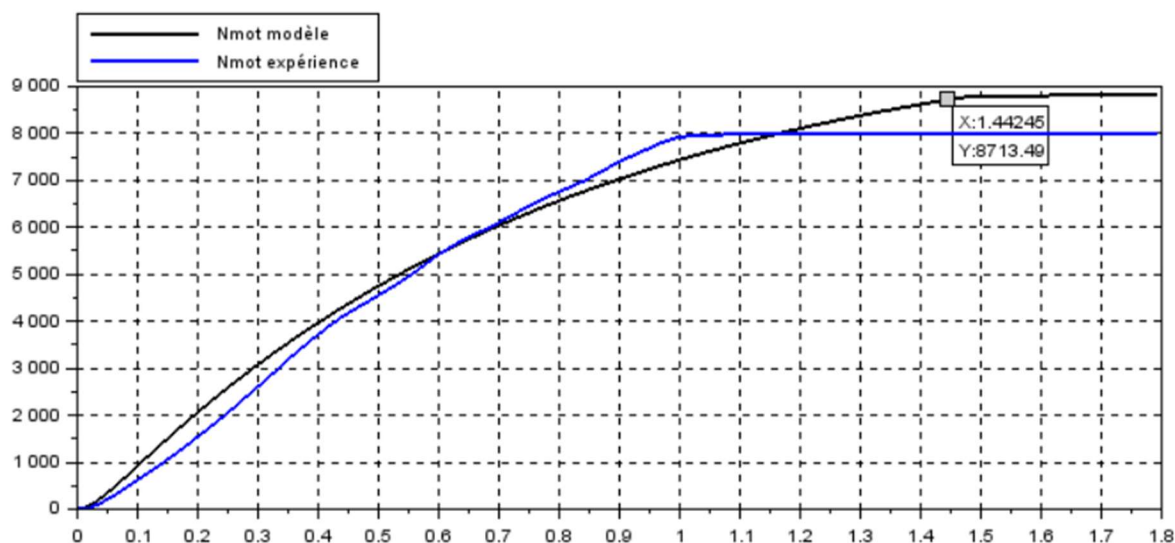
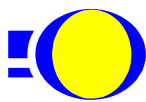
- Grandeurs acquises : consigne courant, courant réel, vitesse axe
- Période : 15 ms (donc durée d'acquisition environ 2s)

Exporter les données issues de votre acquisition au format .csv

Vous disposez d'un modèle scilab/Xcos (voir figure ci-dessous) de la commande de la MCC, intitulé *modele_vs_exp_csv.zcos*, qui permet d'importer votre fichier expérimental (.csv) afin de **superposer directement sous Scilab la réponse simulée et la réponse réelle**. Le fichier est configuré pour ouvrir le fichier .csv donné en exemple : *cons_200mA.csv*



Activité 10 Alimenter le modèle Scilab/Xcos avec les grandeurs que vous avez déterminées au cours du TP, modifier votre fichier csv afin qu'il ait la même forme que le fichier *cons_200mA.csv* (ou, si vous manquez de temps, employer directement *cons_200mA.csv*), puis exécuter la simulation. Commenter les courbes obtenues et conclure sur la validité de votre modèle.



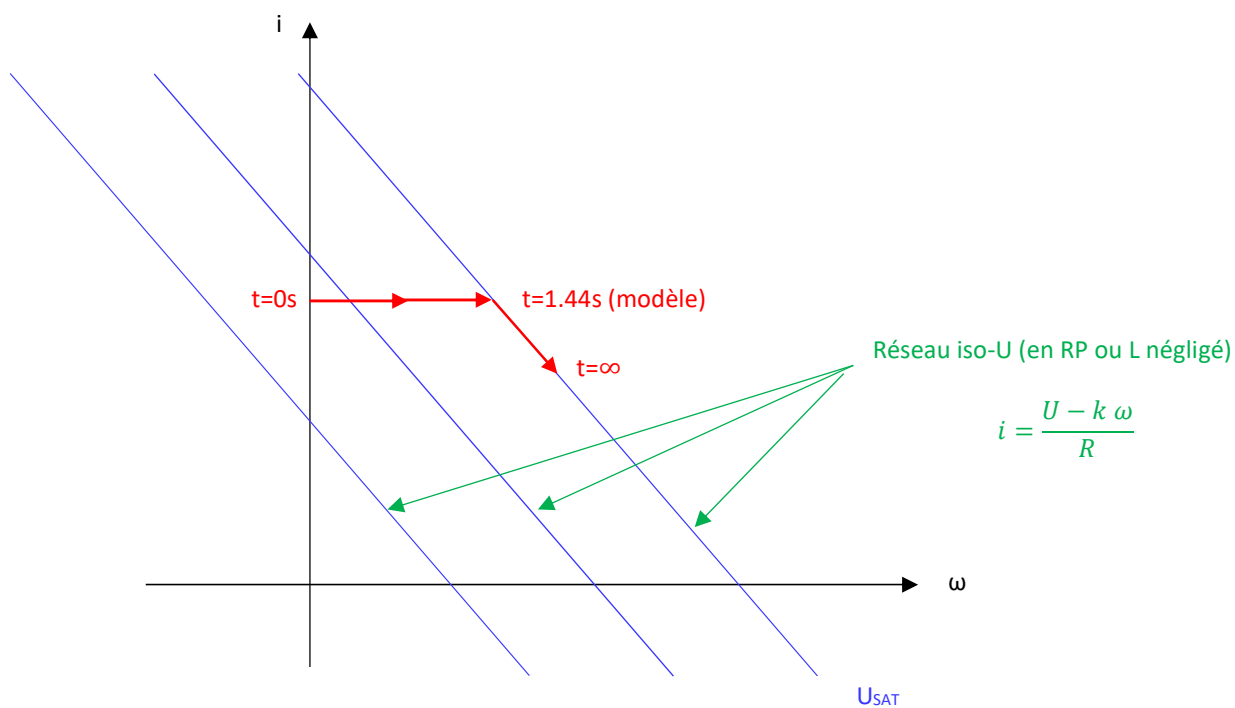
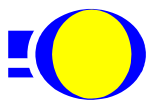
Modèle Scilab echelon_courant.zcos

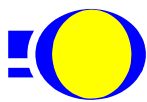
Les courbes issues de l'expérience et du modèle sont comparables.

La différence la plus notable entre modèle et expérience provient de la chute de courant, qui a lieu à des régimes différents.

- La chute d'intensité de l'expérience est due à la limitation de la vitesse du moteur à 8000 tr/min. Cette « saturation » n'a pas été prise en compte dans le modèle
- La chute d'intensité du modèle à 8700 tour/min traduit un phénomène physique intrinsèque à la MCC (cf graph ci-dessous).

Analyse de l'écart





II. NOUVELLE PROBLÉMATIQUE ACAUSALE

II.1 LIMITES DU MODÈLE

Pour rappel, le modèle obtenu en première partie correspondait à l'équation différentielle suivante :

$$J_{eq} \dot{\omega}_M(t) = C_M(t) + C_{rsec} + f \omega_M(t)$$

Dans cette équation différentielle, modélisant un phénomène mécanique, une variable (dite « d'état ») correspond à la cause du phénomène, et une autre à la conséquence.

Activité 11 Quelle est la variable correspondant à la cause du problème, quelle est celle correspondant à la conséquence ?

- Le couple moteur correspond à la cause du mouvement.
- En première approche, si on considère C_{rsec} constant, on peut le classer comme une cause du phénomène observé. La vérité est plus subtile, car C_{rsec} répond aux lois de Coulomb : sa valeur à l'arrêt dépend de C_M , et son signe dépend de celui de ω_M en mouvement...
- La vitesse de rotation ω_M correspond à la conséquence.

De façon plus générale, au sein d'une équation différentielle linéaire (ce qui n'est pas exactement le cas ici à cause de C_{rsec} qui répond aux lois de Coulomb) ne faisant intervenir que des variables d'état (c-à-d telles que leur produit par une autre variable d'état soit homogène à une puissance : F, V, C, Ω , U, I, T, S), on identifie la cause du phénomène physique à la variable d'état qui a le plus faible degré de dérivation et la conséquence à celle qui a le plus haut degré de dérivation).

Dans cette partie, on souhaite établir la faisabilité de l'implantation d'une nouvelle commande de l'attelle CPM-130, plus simple, qui ne ferait pas intervenir d'asservissement en position ou vitesse pour la phase de montée en vitesse de l'attelle (début ou fin de trapèze de vitesse).

Problématique : le problème d'ingénierie correspondant revient à déterminer l'expression temporelle d'un couple moteur C_M qui permettrait d'obtenir une accélération angulaire constante pour l'articulation du genou.

On peut observer que dans cette situation, l'étude revient à se fixer une conséquence, et à déterminer la cause qui la provoque... Le problème est donc acausal, et les méthodes de résolution « classiques » ne permettent pas de le résoudre. Ainsi on a recours à un outil numérique qui permet la résolution de problèmes dont la présentation est acausale.

II.2 RÉOLUTION NUMÉRIQUE DU PROBLÈME ACAUSAL

L'application Meca3D, complément à Solidworks, effectue très bien ce travail pour une étude mécanique.

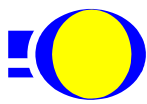
- Démarrer l'application Solidworks
- Ouvrir le fichier d'assemblage CPM-130.SLDASM
- Vérifier que le complément Méca3D est bien activé :



Vous disposez d'un mécanisme déjà existant et paramétré sous Méca3D, vous devrez néanmoins corriger le pas de la liaison hélicoïdale, pour le régler à 6mm.

Remarque : les frottements précédemment évalués ont été pris en compte dans le modèle MECA3D. Dans la mesure où ils sont déclarés en sortie du réducteur, ils sont amplifiés d'un facteur 16.

- Le coefficient de frottement fluide est déclaré au sein de la liaison pivot entre la vis et le bâti



Attention, la valeur de f' rentrée pour que le résultat soit en Nm.s est $f' = \frac{f}{2\pi} * 16$

Frottement visqueux		Taux d'amortissement	
Coefficient	7.1e-06	Trans.	0.000e+00 N/(m/s)
Rayon équivalent (mm)	1000	Rot.	4.461e-05 N.m/(rad/s)
Longueur équivalente (mm)	1000		

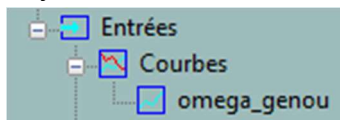
- Le couple résistant sec est déclaré comme un couple connu constant s'exerçant sur la vis

Activité 12 Déclarer le couple s'exerçant sur la vis comme couple moteur inconnu.

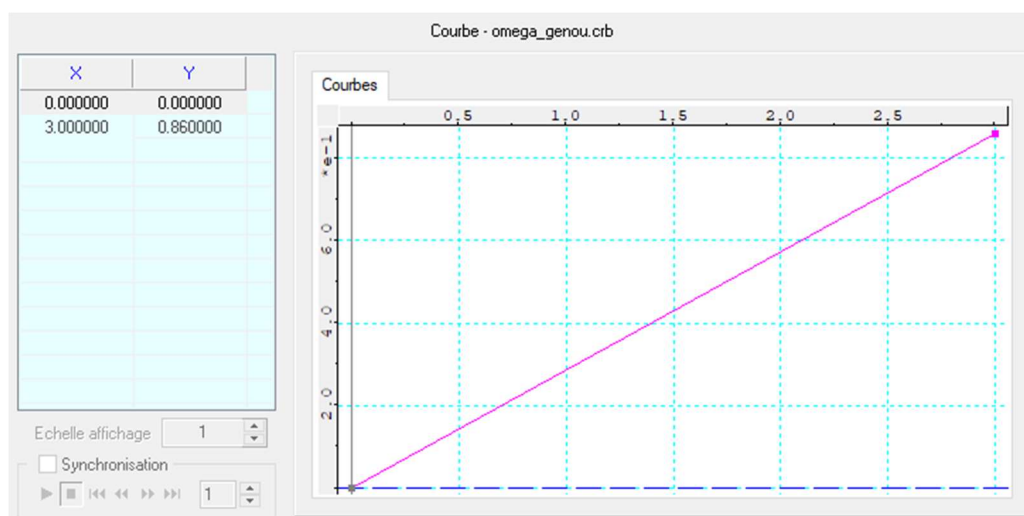
Activité 13 Créer sous MECA3D (outils/meca3D/courbes/définition) une loi de mouvement

$\omega_{genou} = f(t)$ telle l'articulation du genou subisse une accélération angulaire de 0.03 rad.s⁻² pendant 2.5 secondes.

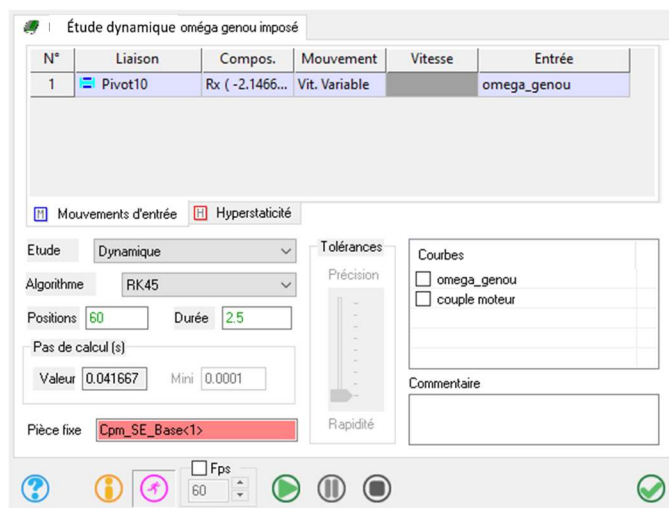
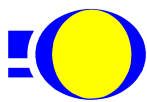
Ajouter ensuite votre courbe parmi les « entrées » de MECA3D :



Courbe omega_genou.crb :



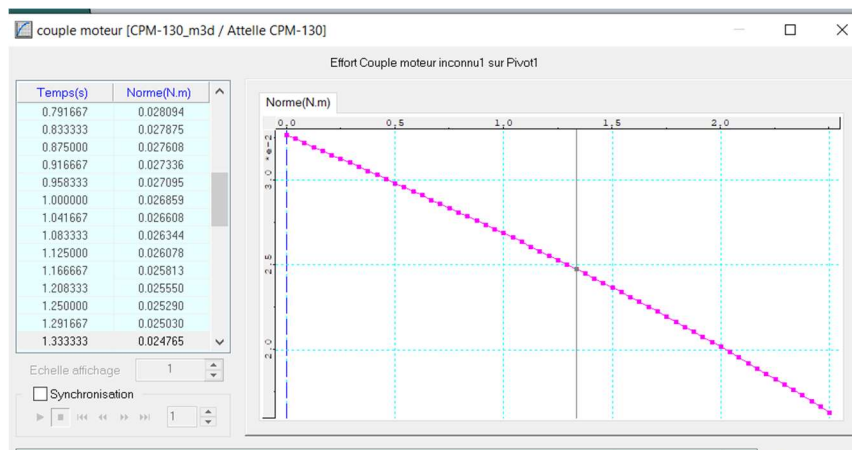
Activité 14 Paramétrer une Analyse « dynamique », dans laquelle vous imposerez une « vitesse variable » à l'articulation du genou, en imposant votre loi de vitesse.



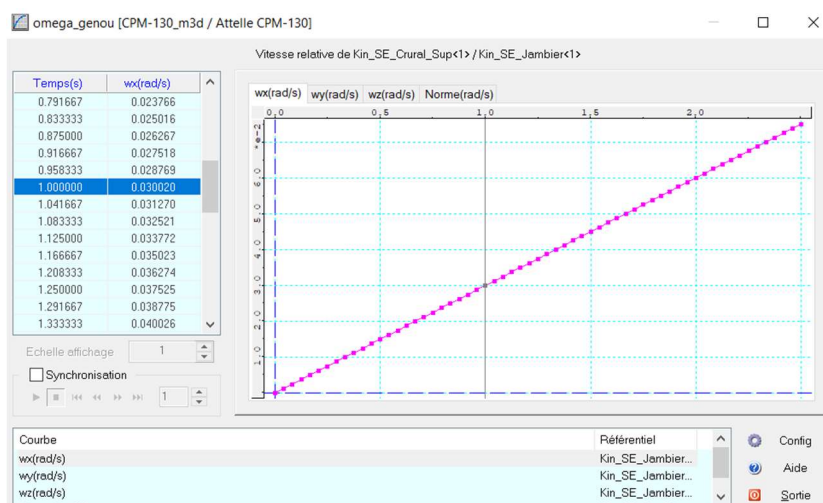
Activité 15

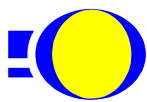
Activité 16 Lancer une étude dynamique, et éditer la courbe correspondant au couple moteur en fonction du temps. Conclure.

On déduit de l'étude que le couple variable suivant ...



... permet d'obtenir une accélération angulaire constante de l'articulation du genou :





Conclusion : On peut valider le procédé qui permet de fixer un couple moteur (donc asservir le courant à une consigne de forme spécifique), afin d'obtenir une accélération donnée au niveau de genou. On note au passage que le couple simulé est celui obtenu en sortie de réducteur, et qu'il conviendrait de le diviser par 16 pour avoir le couple moteur correspondant, et, partant, l'intensité correspondante.

II.3 SYNTHÈSE

Activité 17 Synthétiser la démarche d'ingénierie proposée durant ce TP, et discuter qualitativement de la validité des modèles et résultats obtenus.