

Devoir Libre 5 : À rendre pour le jeudi 19 février

- les réponses illisibles ne seront pas corrigées ;
- indiquez le numéro de chaque question traitée en respectant la numérotation de l'énoncé ;
- les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre que vous souhaitez ;
- si vous constatez ce qui vous paraît être une erreur d'énoncé, vous l'indiquez dans votre copie et vous poursuivez votre rédaction, en précisant, le cas échéant, les initiatives que vous êtes amené à prendre.

Exercice 1 : Au temps des Mayas

Vous traiterez les questions 1 et 2, puis 21 à 29 du sujet Physique I-MP 2020 du Concours commun Mines-Ponts.

Le sujet est à télécharger ici : <https://concoursminesponts.fr/Annales/>.

Remarque : la fonction g de la question 25 dépend de la variable n mais aussi des paramètres a et b .

Exercice 2 : Succession de filtres détecteur pyroélectrique

Bien que l'effet pyroélectrique soit connu depuis les travaux de Brewster (1824), il n'est exploité qu'à partir de 1970 pour équiper des capteurs très sensibles et très robustes de flux lumineux modulé (qui varie légèrement autour d'une valeur moyenne). Le principe peut se résumer ainsi : un flux lumineux (entrée) excite le matériau (un film très fin), ce qui modifie sa température, or une température variable au sein de ce type de matériau produit un courant dit de polarisation (effet pyroélectrique).

Ce courant $i(t)$ peut être considéré comme un générateur de Norton idéal en parallèle d'un condensateur de capacité C . Pour constituer le détecteur proprement dit, on lui associe en parallèle une résistance R très élevée et on détecte la tension à ses bornes (sortie).

Ainsi un flux lumineux présentant des variations sinusoïdales (autour d'une valeur moyenne) force en cascade l'ensemble du système, qui produit en sortie une tension sinusoïdale de même fréquence, dont l'amplitude dépend de la fréquence du flux lumineux.

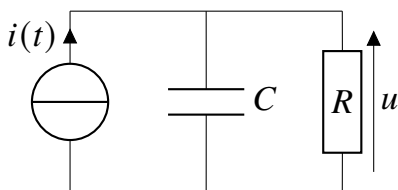
Les grandeurs électriques et thermiques vérifient les équations différentielles suivantes :

$$\tau_1 \frac{d\theta}{dt} + \theta = \frac{\tau_1}{c} \phi_a(t) \quad (1)$$

$$i(t) = Sp \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

- où $\phi_a(t) = \phi_m \cos(\omega t)$ donne les variations du flux lumineux autour d'une valeur moyenne ϕ_0 ;
- $\theta(t)$ est la variation de température du film autour de sa valeur moyenne T_0 ;
- $i(t)$ est l'intensité du courant de polarisation qui apparaît dans le film ;
- S est la surface du détecteur ;
- p un coefficient caractéristique du matériau appelé paramètre pyroélectrique ;
- τ_1 un temps caractéristique des échanges thermiques dans le matériau avec un support thermique dont on ne détaillera pas ici le rôle dans l'équation de la température du film ;
- et c est la capacité thermique du film.

Le détecteur proprement dit, noté F_3 , correspond au circuit ci-contre dans lequel l'entrée $i(t)$ est le courant de polarisation et où l'on mesure la sortie $u(t)$.



1. En utilisant la notation complexe habituelle pour toutes les grandeurs variables dans le temps, établir les équations algébriques complexes (1)' et (2)' associées aux équations différentielles (1) et (2).
2. Établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}_3$ du détecteur F_3 , dans laquelle on introduira $\tau_3 = RC$, le temps caractéristique du détecteur. Quelle est la nature de ce filtre ?

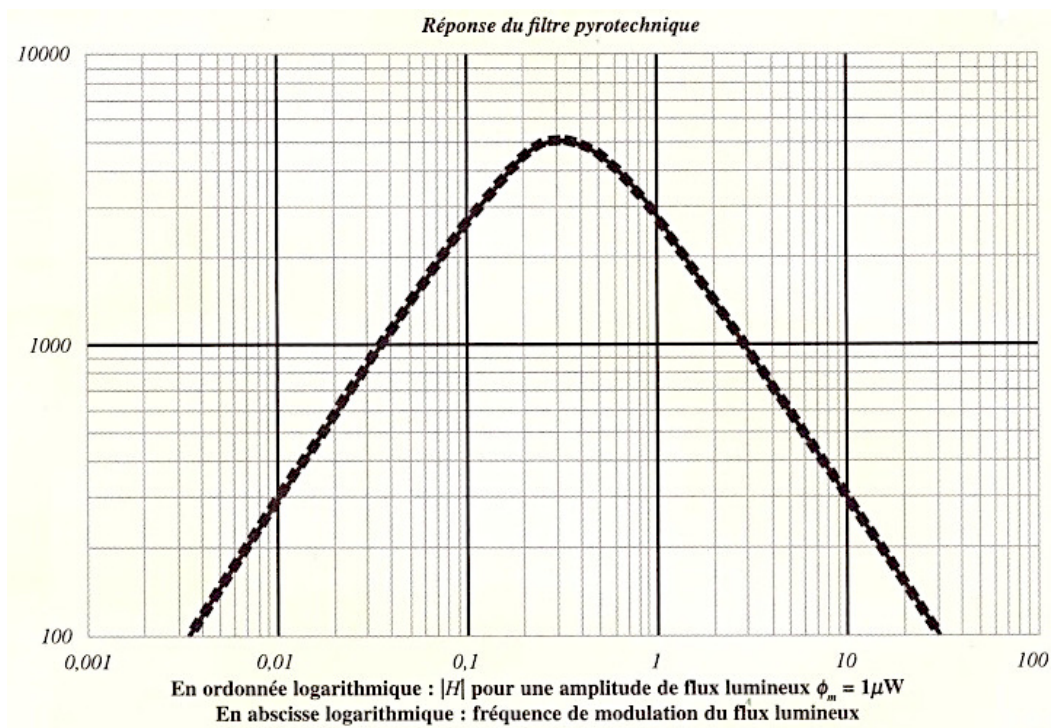
3. Montrer que l'ensemble du système peut être considéré comme la mise en cascade de trois filtres successifs F_1 , F_2 , F_3 , dont on précisera pour chacun les grandeurs d'entrée et de sortie sur un schéma du dispositif.
4. Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}_1$ de F_1 à l'aide de l'équation (1)' et déterminer la nature de ce filtre.
5. Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}_2$ de F_2 à l'aide de l'équation (2)' et déterminer la nature de ce filtre.
6. À l'aide des résultats précédents, établir la fonction de transfert de l'ensemble du filtre et montrer qu'elle se met sous la forme (A) qui conduit à la forme canonique (B) :

$$\underline{H} = \frac{u}{\phi_a} = \frac{RpS}{c} \frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_3} \frac{1}{\frac{1}{j\omega(\tau_1 + \tau_3)} + 1 + \frac{j\omega\tau_1\tau_3}{\tau_1 + \tau_3}} \quad (A)$$

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)} \quad (B) \quad \text{avec } x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0}$$

Exprimer H_0 , f_0 et Q en fonction des paramètres du problème. Quelle est la nature du filtre complet ?

7. On donne ci-contre le diagramme de Bode fourni par le constructeur (les grandeurs en abscisses et en ordonnées sont en unité SI). Quelle fréquence donne la réponse maximale d'après le graphique ? Comparer à la valeur attendue. Déterminer H_0 sur le graphique et comparer à la valeur attendue.
8. Tracer les asymptotes du diagramme de Bode et déterminer leur pente. Est-ce conforme à la pente habituelle du passe-bande vu en électronique ? Expliquer la différence. En utilisant l'intersection des asymptotes, déterminer graphiquement le facteur de qualité Q et comparer à la valeur attendue. Commenter.



Données : $S = 4\text{ mm}^2$; $c = 3,1 \cdot 10^{-4}\text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$; $p = 17 \cdot 10^{-5}\text{ C} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$; $R = 24 \cdot 10^9\text{ }\Omega$; $\tau_1 = 0,159\text{ s}$; $\tau_3 = 1,49\text{ s}$