

Devoir Libre 1 : À rendre pour le mercredi 23 septembre

- les réponses illisibles ne seront pas corrigées ;
- indiquez le numéro de chaque question traitée en respectant la numérotation de l'énoncé ;

Exercice 1 : Convertisseur numérique-analogique

On étudie le principe d'un montage permettant de coder un entier écrit en base 2 en une tension.

1.1. On considère le montage de la figure 1 ci-dessous, composé d'une source idéale de courant de courant électromoteur η , et de trois résistors identiques de résistance $2R$ en dérivation. Établir l'expression de la tension U aux bornes des résistors en fonction de η et de R .

1.2. Exprimer en fonction de R la résistance équivalente entre les nœuds A et B du schéma de la figure 2.

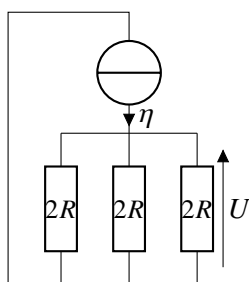


FIGURE 1

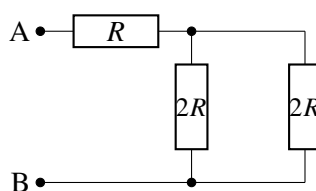


FIGURE 2

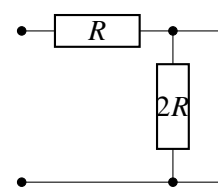


FIGURE 3

2. On considère le réseau de résistors représenté sur la figure 4 ci-dessous, formé par association de n cellules comme celle représentée sur la figure 3, fermée à droite par deux résistors de résistance R . Pour tout $k = 1, \dots, n$, on désigne par U_k la différence de potentiel entre les nœuds A_k et B_k et par R_k la résistance équivalente à l'association des $k - 1$ premières cellules et des deux résistors de fermeture.

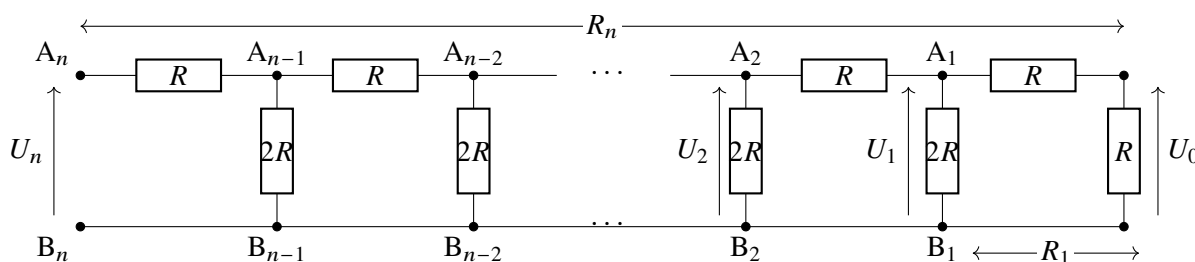


FIGURE 4

2.1. Établir l'expression de R_{k+1} en fonction de R_k et R , et celle de U_{k+1} en fonction de U_k , R_k et R .

2.2. En déduire l'expression de U_n en fonction de n et U_0 , puis celle de R_n en fonction de R .

3. Le montage complet du convertisseur est représenté figure 5 ci-dessous. Il se compose de n cellules identiques de résistors identiques à celles étudiées précédemment, fermés à gauche et à droite cette fois, par deux résistors de résistance R . Chacune est connectée à un générateur idéal de courant identique de courant électromoteur η . Les autres bornes de ces générateurs peuvent être reliées entre elles par des interrupteurs, notés S_k avec $k = 1, \dots, n$.

3.1. Dans cette question, on considère que tous les interrupteurs sont ouverts sauf un, dont on nomme l'indice k_f . Établir l'expression de la tension U_{k_f} et en déduire celle de U_0 .

3.2. On rappelle qu'un entier Q s'écrit en base 2 comme une somme de différentes puissances de 2 :

$$Q = \sum_{k \in \mathbb{N}} p_k 2^k, \quad \text{où les coefficients } p_k \text{ valent 0 ou 1.}$$

On rappelle aussi le théorème de superposition : l'état électrique d'un réseau linéaire comportant diverses sources (tension ou courant) indépendantes s'obtient en superposant les états associés à chaque source supposée seule (les autres étant éteintes).

Montrer brièvement qu'on peut, en fermant certains interrupteurs, obtenir une tension U_0 proportionnelle à Q . Préciser en particulier les interrupteurs à fermer pour coder l'entier $Q = 44$ si on dispose d'un montage à $n = 6$ cellules.

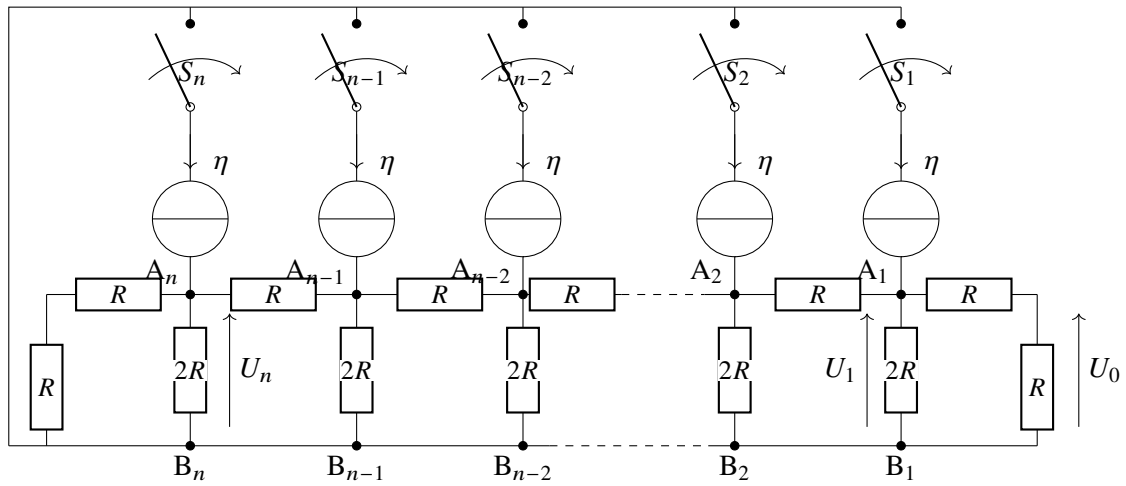


FIGURE 5

4. Les générateurs ne sont pas idéaux : on les modélise comme des générateurs de courant idéaux de courant électromoteur η en dérivation avec une résistance interne r .

Établir l'expression de la tension U_{kf} en fonction de R , r , et η . Commenter l'expression.

Exercice 2 : Pont de Wheatstone et théorème de Thévenin

On veut calculer l'intensité I du courant qui circule entre A et B dans le circuit représenté par la figure 1.

Ce circuit est constitué d'un générateur de tension continue idéal, de force électromotrice E , et de cinq conducteurs ohmiques de résistances R_1 , R_2 , R_3 , R_4 et r .

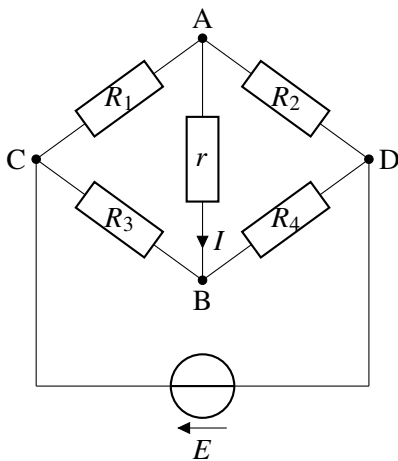


FIGURE 1

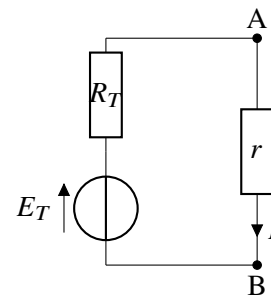


FIGURE 2

1. Pour calculer I , on remplace le circuit extérieur à la branche AB contenant r par un générateur de force électromotrice E_T et de résistance R_T (figure 2).

1.1. Donner les expressions de E_T et R_T en fonction de E , R_1 , R_2 , R_3 et R_4 .

1.2. Faire l'application numérique avec $E = 24 \text{ V}$, $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 33 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 27 \text{ k}\Omega$ et $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$.

2.1. Donner l'expression de l'intensité I en fonction de E_T , R_T et r .

2.2. Faire l'application numérique avec les mêmes valeurs que précédemment et $r = 10 \text{ k}\Omega$.

3. On dit que le pont est équilibré lorsque $I = 0$. Quelle relation existe-t-il alors entre les résistances du pont ?