

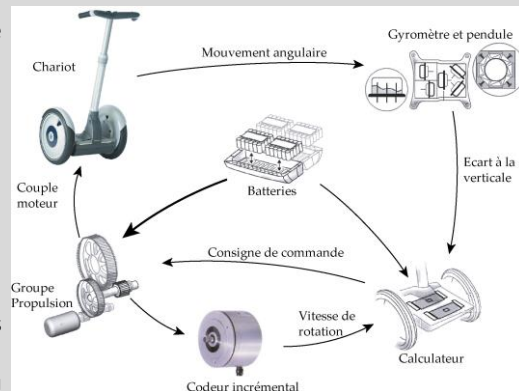
Fonction de Transfert de Systèmes Complexes

Exemple de Système Complexe

SEGWAY

Sommaire

- 1 - Place de la Fonction Transfert dans la Démarche d'Etude des SLCI
- 2 - Rappel Cours 04 - Définition de la Fonction de Transfert
- 3 - Opérations Élémentaires sur les Schémas-Blocs
- 4 - Représentation Générique d'une Boucle Fermée
- 5 - Fonction de Transfert Boucle Fermée (FTBF)
- 6 - Fonction de Transfert Boucle Ouverte (FTBO)
- 7 - Retour Unitaire
- 8 - Manipulation des Schémas-Blocs
- 9 - Algèbre des Schémas-Blocs
- 10 - Fonction de Transfert Boucle Fermée des Systèmes Multi-Variables
- 11 - Application : Calcul de la Fonction de Transfert du Segway



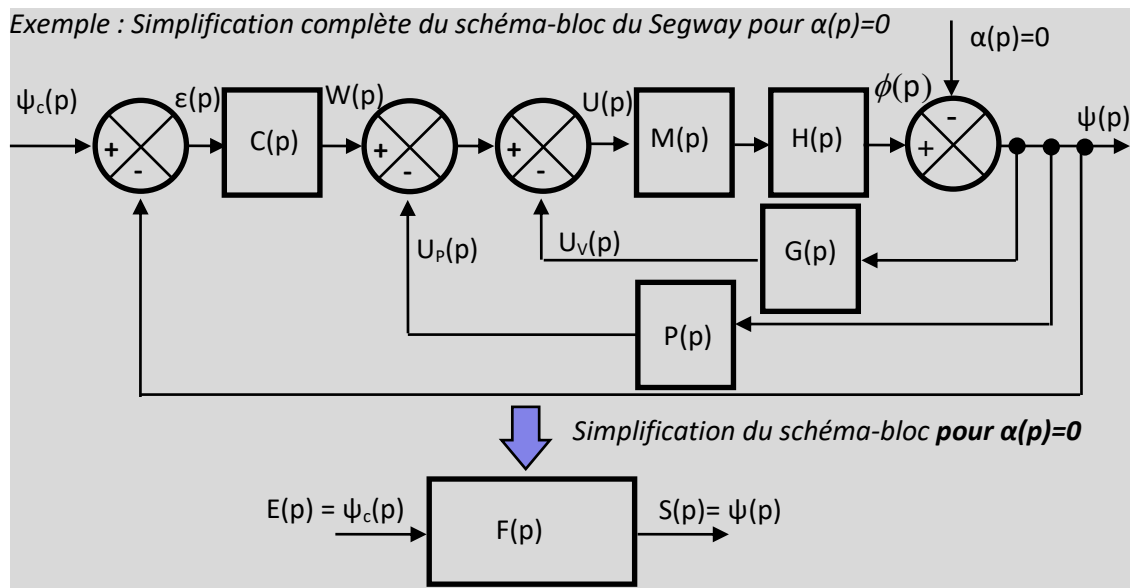
1 – POURQUOI UNE FONCTION TRANSFERT

Reprenons la démarche d'étude des systèmes asservis et appliquons-la sur l'exemple du Segway. On se fixe comme objectif d'étude d'établir un modèle de comportement du Segway pour vérifier des performances vis-à-vis du cahier des charges fonctionnel.

C'est à partir de la transformation de l'équation différentielle du modèle de comportement du SLCI en équation polynomiale que l'on obtient la fonction de transfert du SLCI. Elle permet de caractériser le comportement intrinsèque du système qui permettra ensuite de répondre à l'objectif d'étude (validation de performances). Pour déterminer la fonction de transfert d'un SLCI constitué de plusieurs blocs suivant une structure complexe, deux solutions sont possibles :

- La première solution, **très calculatoire** : méthode qui consiste à manipuler et combiner uniquement les différentes équations des blocs du système.
- La seconde solution, **plus efficace pour des systèmes complexes mais en revanche les simplifications réalisées éloignent le modèle de la réalité physique** : méthode qui consiste à manipuler et simplifier partiellement ou parfois complètement le schéma-bloc du SLCI.

Exemple : Simplification complète du schéma-bloc du Segway pour $\alpha(p)=0$

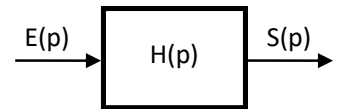


L'objectif de ce cours est de présenter les différents outils ainsi que les méthodes de travail à utiliser pour calculer la fonction de transfert d'un système complexe.

2 - RAPPEL COURS 04 - DEFINITION DE LA FONCTION DE TRANSFERT



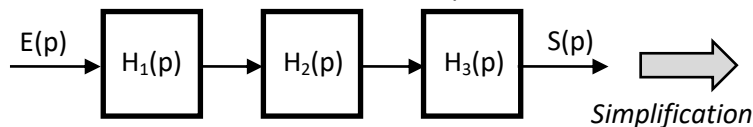
On rappelle fonction de transfert $H(p)$ d'un système la relation dans le domaine symbolique telle que $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$. Elle caractérise le comportement intrinsèque du système et ne dépend ni de l'entrée, ni de la sortie.



3 - OPERATIONS ELEMENTAIRES SUR LES SCHEMAS-BLOCS

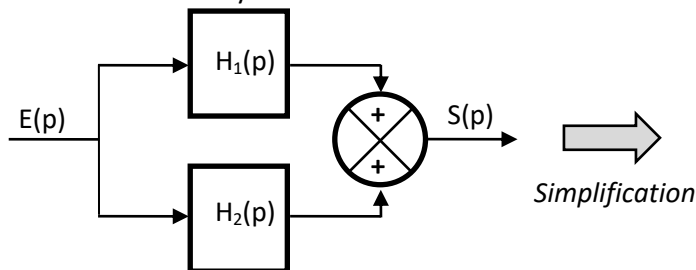
3.1. Blocs en série

Dans le cas des blocs en série, on effectue le produit des fonctions de transfert de chaque bloc :



3.2. Blocs en parallèle

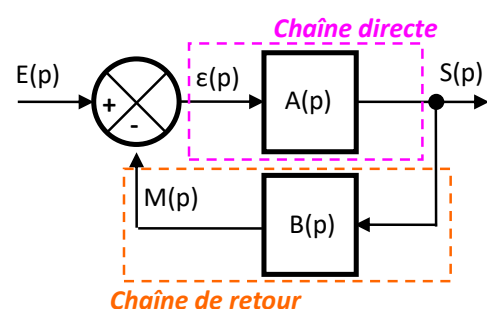
Dans le cas des blocs en parallèle, on utilise la relation du sommateur pour déduire simplement l'expression de la fonction de transfert du système :



4 - REPRESENTATION GÉNÉRIQUE D'UNE BOUCLE FERMÉE

Après manipulations sur le schéma-bloc du système complexe, on arrive toujours à un/des système(s) bouclé(s) dont la forme générique est la suivante :

Cette forme générique de schéma-bloc est à connaître, elle est appelée communément **boucle fermée**.

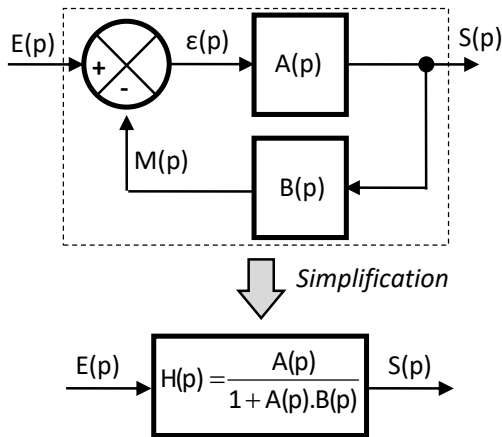


On y retrouve :

- $\epsilon(p)$ qui est l'écart entre $M(p)$ de la chaîne de retour et $E(p)$ en entrée,
- $A(p)$ qui est la fonction de transfert en chaîne directe,
- $B(p)$ qui correspond à la fonction de transfert de la chaîne de retour,
- $M(p)$ qui est le produit entre la sortie $S(p)$ et la fonction de transfert de la chaîne de retour.

5 - FONCTION DE TRANSFERT BOUCLE FERMÉE (FTBF)

On définit la fonction de transfert en boucle fermée d'un système pour caractériser le comportement global du système. Elle est déterminée sur la base du schéma boucle fermée présenté précédemment.



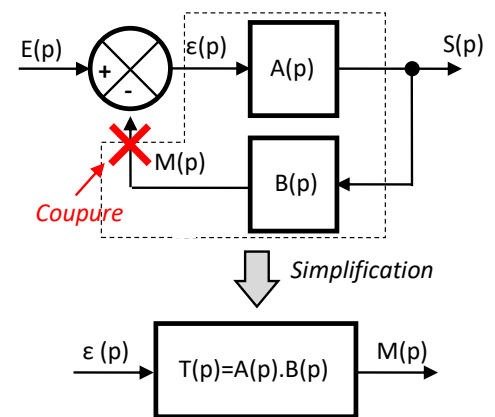
$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A(p)}{1 + A(p).B(p)}$ est appelée fonction de transfert en boucle fermée (FTBF), elle caractérise le comportement global du système boucle fermée.



Attention aux signes dans le comparateur !!!! Si le signe – de M(p) dans le comparateur est remplacé par un + la formule devient $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A(p)}{1 - A(p).B(p)}$.

6 - FONCTION DE TRANSFERT BOUCLE OUVERTE (FTBO)

La fonction de transfert en boucle ouverte T(p) est définie comme la fonction de transfert du système lorsque le retour sur le sommateur est coupé. Elle comprend la chaîne directe et la chaîne de retour. Dans le cas de la FTBO, on ne s'intéresse pas à la sortie S(p) mais à la mesure M(p) en fonction ε(p).



La FTBO correspond au produit de tous les blocs de la boucle :

$$T(p) = \frac{M(p)}{\varepsilon(p)} = A(p).B(p)$$

La FTBO est utilisée principalement pour déterminer les conditions de stabilité du système boucle fermée (cours de PSI et MP).

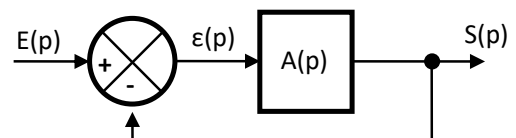


Dans la pratique on calcule simplement la FTBF à partir de la FTBO grâce aux relations suivantes :



7 - RETOUR UNITAIRE

Un système asservi peut toujours être mis sous la forme d'un système à retour unitaire si l'entrée E(p) et la sortie S(p) sont comparables (même dimension).



L'avantage pratique d'un tel système est que la FTBF est calculée très facilement à partir de la

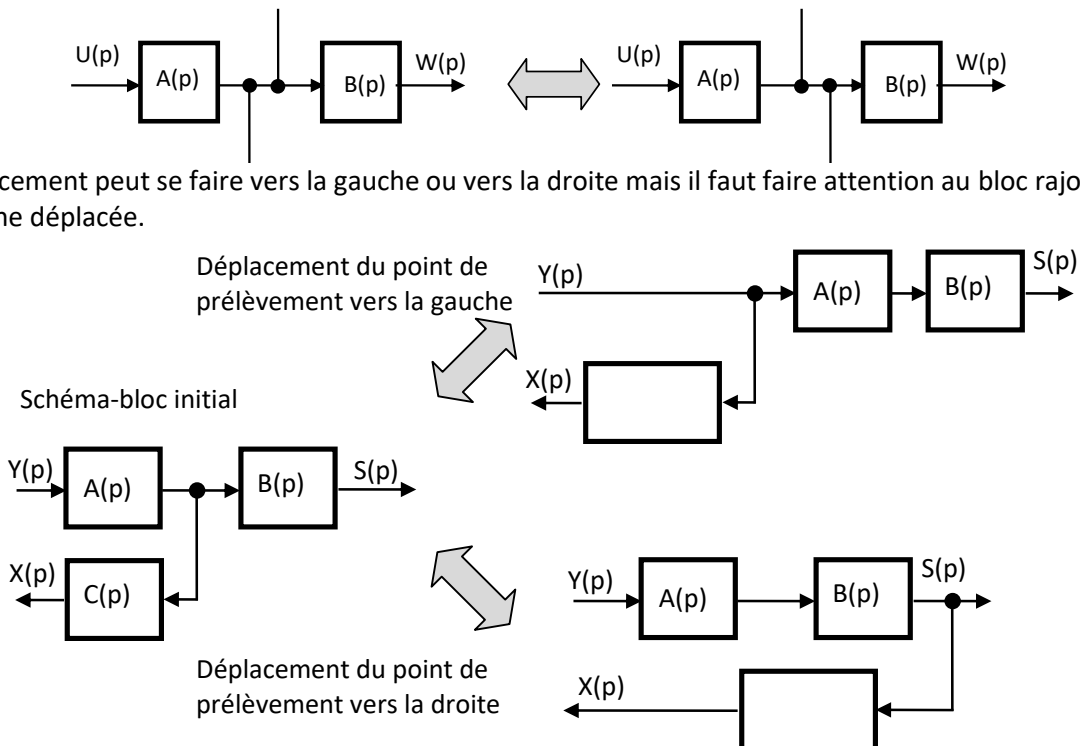
$$FTBO : H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A(p)}{1 + A(p)} = \frac{FTBO}{1 + FTBO}$$

8 - MANIPULATION DES SCHEMAS-BLOCS

L'idée générale de la méthode est de manipuler le schéma-bloc initial complexe pour faire apparaître des sous-systèmes à boucle fermée pour lesquels la FTBF est évidemment simple à calculer. Pour se ramener à des sous-systèmes à boucle fermée, on utilise le déplacement de jonctions et de sommateurs. On pourra ensuite permuter deux sommateurs ou deux jonctions de façon à faire apparaître des boucles fermées.

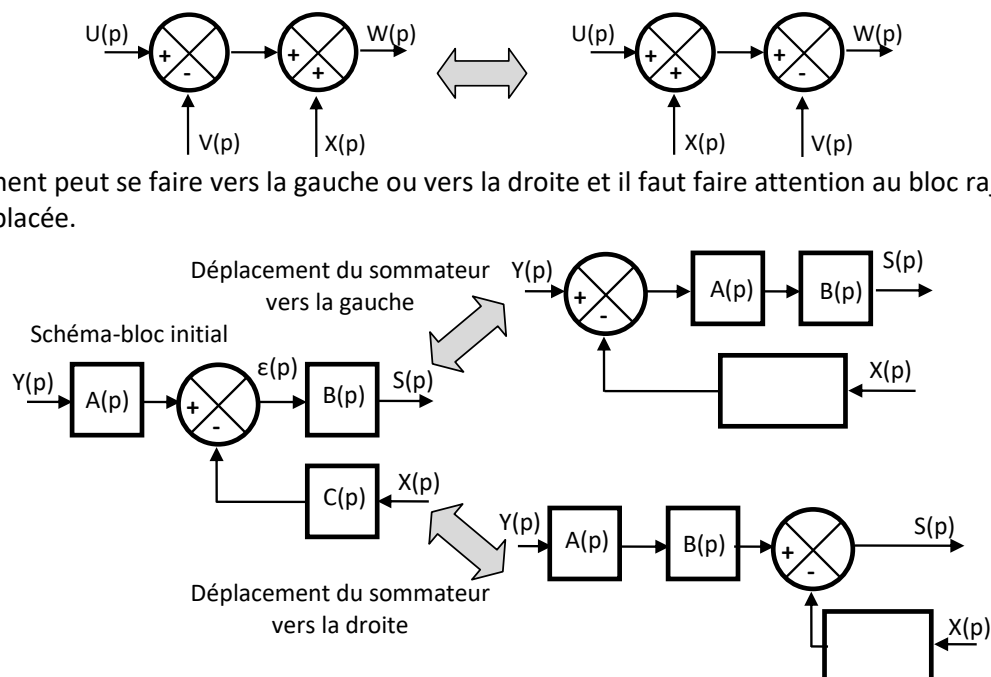
8.1. Déplacements de jonctions en direction d'autres jonctions

L'objectif est de déplacer une jonction vers une autre jonction puis de les alterner ensuite (de façon à faire disparaître une jonction gênante d'une boucle fermée).



8.2. Déplacements de sommateurs en direction d'autres sommateurs

L'objectif est, dans un premier temps, de déplacer un sommateur vers un autre sommateur puis, dans un second temps, de les alterner¹.

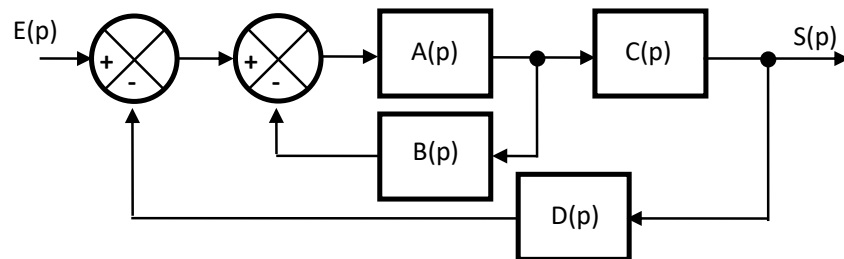




- Il est inutile de déplacer un sommateur en direction d'une jonction ou l'inverse car aucune simplification n'est possible.
- Il faut toujours faire attention au(x) bloc(s) rajouté(s) dans la branche déplacée

9 - ALGÈBRE DES SCHEMAS-BLOCS

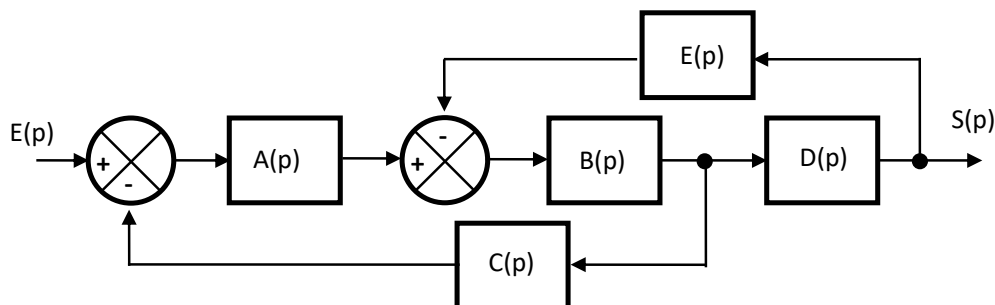
9.1. Système à boucles concentriques



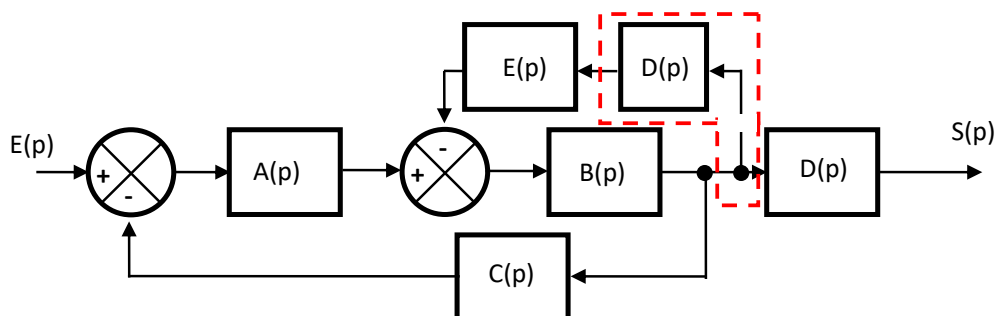
Pour ce type de système, il faut toujours commencer par calculer la FTBF de la boucle interne.

On reconnaît ensuite une boucle fermée que l'on sait bien traiter.

9.2. Système à boucles imbriquées



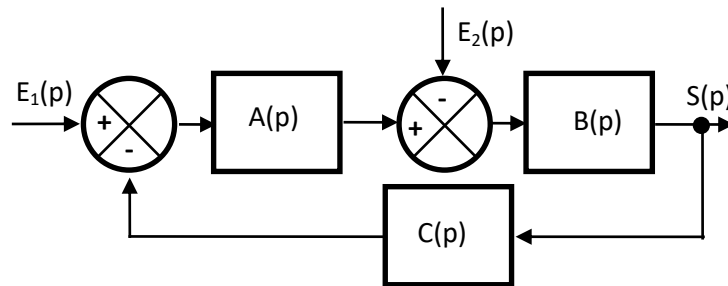
Pour ce type de système, il faut toujours commencer par déplacer les points de prélèvement pour se ramener à un système de boucles concentriques.



On se retrouve ensuite devant un système à boucles concentriques que l'on sait aussi bien gérer.

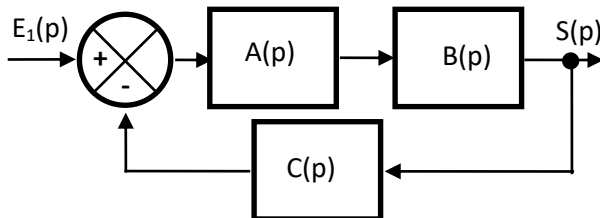
10 - FONCTION DE TRANSFERT BOUCLE FERMÉE DES SYSTEMES MULTI-VARIABLES

Dans un système réel, plusieurs entrées peuvent venir modifier la sortie. Ces entrées comprennent non seulement l'entrée principale mais aussi des entrées supplémentaires très souvent parasites (bruit, effort résistant...).



Pour déterminer la fonction de transfert sur ce type de système, on utilise le principe de superposition des SLCI. On superpose deux modes : un 1^{er} mode pour lequel l'entrée $E_2(p)$ est considérée comme nulle et un 2nd mode lequel l'entrée $E_1(p)$ est considérée comme nulle.

- Mode à entrée $E_2(p)=0$

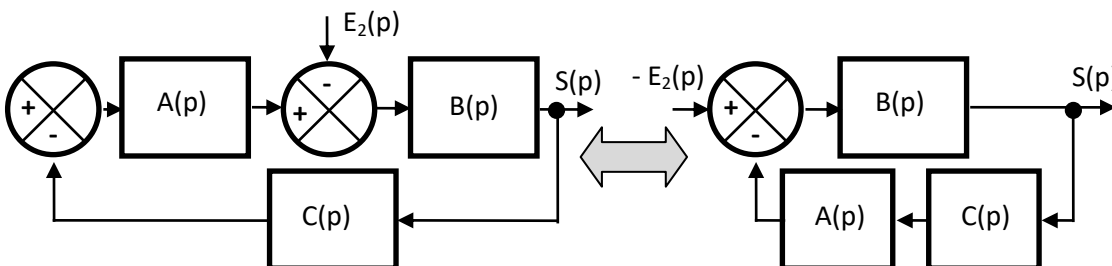


$$H_1(p)|_{E_2(p)=0} = \frac{S(p)}{E_1(p)}|_{E_2(p)=0}$$

$$H_1(p)|_{E_2(p)=0} = \frac{A(p) \cdot B(p)}{1 + A(p) \cdot B(p) \cdot C(p)}$$

$H_1(p)$ est la fonction de transfert en poursuite.

- Mode à entrée $E_1(p)=0$



$$H_2(p)|_{E_1(p)=0} = \frac{S(p)}{-E_2(p)}|_{E_1(p)=0} = \frac{B(p)}{1 + A(p) \cdot B(p) \cdot C(p)} \quad H_2(p) \text{ est la fonction de transfert en régulation.}$$

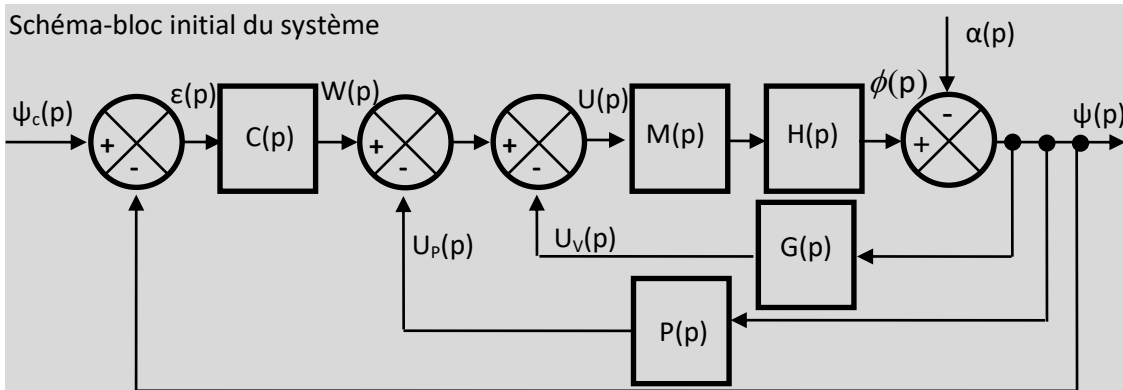
La superposition des 2 modes permet d'obtenir au final la fonction de transfert boucle fermée du système multi-variables :

$$S(p) = H_1(p)|_{E_2(p)=0} \cdot E_1(p) - H_2(p)|_{E_1(p)=0} \cdot E_2(p) = \frac{A(p) \cdot B(p)}{1 + A(p) \cdot B(p) \cdot C(p)} \cdot E_1(p) - \frac{B(p)}{1 + A(p) \cdot B(p) \cdot C(p)} \cdot E_2(p)$$

Le dénominateur de la fonction de transfert en poursuite et de la fonction de transfert en régulation est le même, c'est une caractéristique de la boucle. On peut montrer que la stabilité du système (qui ne dépend que de la FTBO) ne dépend pas du nombre d'entrée (cours de PSI ou MP).

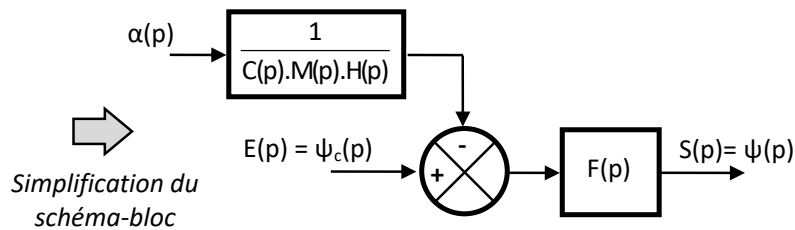
11 - APPLICATION : CALCUL DE LA FONCTION DE TRANSFERT DU SEGWAY

Schéma-bloc initial du système



On constate que le schéma-bloc du système est complexe avec notamment deux variables d'entrée ($\psi_c(p)$ et $\alpha(p)$) et plusieurs boucles imbriquées.

Calculer la fonction de transfert boucle fermée du système.

Solution :

$$\text{Avec } F(p) = \frac{\frac{M(p).H(p)}{1 + M(p).H(p).G(p)} \cdot \frac{C(p). \frac{1 + M(p).H(p).G(p)}{M(p).H(p)}}{1 + P(p). \frac{M(p).H(p)}{1 + M(p).H(p).G(p)}}}{1 + C(p). \frac{1 + M(p).H(p).G(p)}{1 + P(p). \frac{M(p).H(p)}{1 + M(p).H(p).G(p)}}}$$

Le principe de superposition permet au final d'écrire : $\psi(p) = F(p) \cdot \psi_c(p) - \frac{F(p)}{C(p).M(p).H(p)} \cdot \alpha(p)$

avec $F(p) = \frac{M(p).H(p).C(p)}{1 + M(p).H(p).C(p) + M(p).H(p).G(p) + M(p).H(p).P(p)}$.