

Correction D13 Suite CPES - ST

Exercice 1

$$1^o) a_{10} = 4 \times 0,9^{10} \approx 3,43 \quad 2^o) b_{10} = 4 + 10 \times 0,8 = 12$$

Exercice 2

$$1^o) a) \sum_{k=1}^{20} k = \frac{20 \times 21}{2} = 210 \quad 1^b) \sum_{k=0}^{25} 2k+1 = 2 \sum_{k=0}^{25} k + \sum_{k=0}^{25} 1 = 25 \times 26 + 26 = 26^2 = 676$$

$$2^o) \sum_{k=0}^9 2^k = \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 2^{10} - 1 = 1023$$

Exercice 3

1^o) a) $u_1 = 1,015 \times u_0 - 300 = 5485,5$ ← augmentation de 1,5 %

$$2^o) \left. \begin{array}{l} u_2 - u_1 \approx -217,7 \\ u_1 - u_0 \approx -214,5 \end{array} \right\} \text{ donc } (u_n) \text{ n'est pas arith.}$$

$$b) u_2 = 1,015 \times u_1 - 300 \approx 5267,8$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{u_2}{u_1} \approx 0,96 \\ \frac{u_1}{u_0} \approx 0,962 \end{array} \right\} \text{ donc } (u_n) \text{ n'est pas géom.}$$

$$3^o) u_{n+1} = 1,015 u_n - 300$$

↑
taux de 1,5 %

$$4^o) \text{ Soit } (v_n) \text{ définie par } v_n = u_n - 20000$$

$$(a) \text{ Soit } n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = u_{n+1} - 20000 = 1,015 u_n - 300 - 20000 = 1,015 u_n - 20300 \\ = 1,015(u_n - 20000) = 1,015 v_n$$

$$(b) \text{ Ainsi } (v_n) \text{ est géométrique } v_0 = u_0 - 20000 = -14300$$

$$\text{Ainsi, } \forall n \in \mathbb{N}, v_n = -14300 \times 1,015^n$$

$$(c) \forall n \in \mathbb{N}, u_n = v_n + 20000 = 20000 - 14300 \times 1,015^n$$

$$5^o) (a) 26 \text{ avril } 2017 \text{ et le } 15^{\text{e}} \text{ mois après } 26 \text{ février } 2016$$

$$u_{15} = 20000 - 14300 \times 1,015^{15} \approx 2121,68 \text{ €}$$

$$b) \text{ on a } u_{22} \approx 157,83 \quad u_{23} \approx -139,79. \text{ Donc le prêt est remboursé au bout de } 23 \text{ mois. La dernière mensualité est de } 158 \text{ € environ.}$$

$$c) \text{ La personne aura payé } 22 \text{ fois } 300 \text{ € et une fois } 158 \text{ €}.$$

$$\text{Donc au total } 6758 \text{ € pour les } 5700 \text{ € empruntés.}$$

$$\text{Le coût du crédit est de } 1058 \text{ €}$$

Exercice 4.

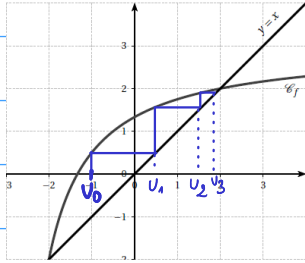
$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_0 = -\frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^\circ) \quad u_1 - u_0 = \frac{3}{2} \\ \quad u_2 - u_1 = \frac{15}{14} \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{donc } (u_n) \text{ n'est pas} \\ \text{arithmétique} \end{array} \right\}$$

$$1^\circ) \quad u_1 = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad u_2 = \frac{\frac{3}{2} + 4}{\frac{1}{2} + 3} = \frac{11}{7}$$

$$\begin{cases} u_1/u_0 = -\frac{1}{2} \\ u_2/u_1 = \frac{22}{7} \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{donc } (u_n) \text{ n'est pas} \\ \text{géométrique.} \end{array} \right\}$$

3°)



4°) Il semble que (u_n) tende vers 2.

$$5^\circ) \quad \text{On définit, pour tout } n \in \mathbb{N}, \quad v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}$$

$$\text{Donc } \forall n \in \mathbb{N}, \quad v_{n+1} = \frac{u_{n+1} + 2}{u_{n+1} - 2} = \frac{\frac{3u_n + 4}{u_n + 3} + 2}{\frac{3u_n + 4}{u_n + 3} - 2} = \frac{3u_n + 4 + 2(u_n + 3)}{3u_n + 4 - 2(u_n + 3)}$$

$$v_{n+1} = \frac{5u_n + 10}{u_n - 2} = 5v_n \quad \text{donc } (v_n) \text{ est géométrique de raison } 5.$$

$$\text{Donc } \forall n \in \mathbb{N}, \quad v_n = v_0 \times 5^n \quad \text{et } v_0 = -\frac{1}{3} \quad \text{donc } v_n = -\frac{1}{3} \times 5^n$$