

Corrècher DS 1 - TP.

Exercice 1

$$A = \left(2 - \frac{5}{7}\right) \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{5}\right) - 1 = \frac{9}{7} \times \frac{14}{15} - 1 = \frac{6}{5} - 1 = \frac{1}{5}$$

$$B = \frac{2 + \frac{3}{2}}{5 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{19}{4}} = \frac{7}{2} \times \frac{4}{19} = \frac{14}{19}$$

Exercice 2

1) $f(x) = x^2 + 8x - 3 = (x+4)^2 - 16 - 3 = (x+4)^2 - 19$

2) le sommet de la parabole est donc $S(-4; -19)$

Exercice 3

1) $3x^2 - 5x + 2 = (x-1)(3x-2)$ donc $\mathcal{S} = \left\{1; \frac{2}{3}\right\}$

2) $(3x^2 + x - 4)(x^2 - x + 1) = 0$

ou $3x^2 + x - 4 = (x-1)(3x+4)$ et $x^2 - x + 1 = 0$ $\Delta = 1 - 4 = -3$ donc pas de solution réelle.

$$\mathcal{S} = \left\{-\frac{4}{3}; 1\right\}$$

3) $x^2 - x - 6 \leq 0$ $\Delta = 25$ et les racines sont -2 et 3
donc $\mathcal{S} = [-2; 3]$

4) $x^2 - 9x + 9 > x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 9 > 0$ 1 est une racine, $x^2 - 10x + 9 = (x-1)(x-9)$
donc 9 est l'autre racine. $\mathcal{S} =]-\infty; 1[\cup]9; +\infty[$

5) $\frac{2x^2 - 5x + 4}{(3-x)(5+x)} \leq 0$

• $2x^2 - 5x + 4$ $\Delta = 25 - 32 = -7 < 0$ donc le numérateur n'a pas de racines donc toujours positif.

• $(3-x)(5+x)$ a deux racines : 3 et -5.

$$\mathcal{S} =]-\infty; -5[\cup]3; +\infty[$$

Exercice 4

$$2x^3 - 8x^2 + 3x + 10 = 0$$

1) $2 \times 2^3 - 8 \times 2^2 + 3 \times 2 + 10 = 0$ donc 2 est une solution de l'équation.

2) On utilise la méthode de Horner pour factoriser.

	2	-8	3	10
2	1	4	-8	-10
	2	-4	-5	0

Donc $2x^3 - 8x^2 + 3x + 10 = (x-2)(2x^2 - 4x - 5)$

3) $2x^2 - 4x - 5$: $\Delta = 16 + 40 = 56$ donc $x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{56}}{4}$ or $\sqrt{56} = \sqrt{4 \times 14} = 2\sqrt{14}$

Donc $\mathcal{S} = \left\{2; \frac{2 + \sqrt{14}}{2}\right\}$

Exercice 5 $m \neq 1$

$$(E_m) : (m-1)x^2 - 2x + 1 - m = 0$$

$$1^o) \Delta = 4 - 4(m-1)(1-m) = 4 + 4(m-1)^2 > 0 \text{ pour tout } m \in \mathbb{R}.$$

2^o) Soit $m \neq 1$ les solutions de l'équation sont :

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4(m-1)^2}}{2(m-1)} = \frac{2 \pm 2\sqrt{1 + (m-1)^2}}{2(m-1)} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + (m-1)^2}}{m-1}$$

$$\forall m \in \mathbb{R}, \sqrt{1 + (m-1)^2} > 1 \text{ donc } \begin{aligned} 1 + \sqrt{1 + (m-1)^2} &> 0 \\ 1 - \sqrt{1 + (m-1)^2} &< 0 \end{aligned}$$

Donc les deux racines sont de signes opposés.

Exercice 6

On cherche deux nombres consécutifs n et $n+1$ dont le produit vaut 306

$$n(n+1) = 306 \Leftrightarrow n^2 + n - 306 = 0$$

$$\Delta = 1 + 1224 = 1225 = 25 \times 49.$$

$$\text{Donc } n = \frac{-1 \pm 5 \times 7}{2} \Leftrightarrow n = -18 \text{ ou } n = 17.$$

Donc les deux nombres entiers sont 17 et 18 (ou -18 et -17)