

PRÉNOM :

NOM :

GÉNÉRALE

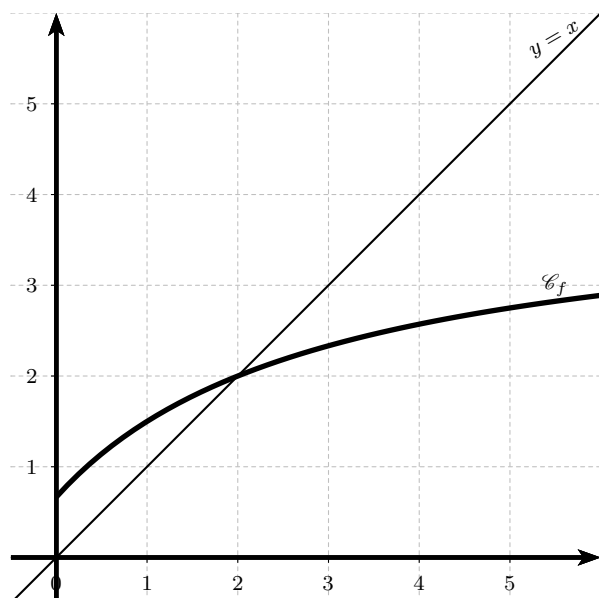
► EXERCICE 1 /4

Simplifier les sommes suivantes :

1°) $A = \sum_{k=0}^n 5k + 2 + \left(\frac{3}{4}\right)^k$

2°) $B = \sum_{k=n}^{2n} k$

► EXERCICE 2 /6

On définit pour tout $n \in \mathbb{N}$ la suite (u_n) par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = \frac{4u_n + 2}{u_n + 3}$.On appelle f la fonction définie sur $]2; +\infty[$ par $f(x) = \frac{4x + 2}{x + 3}$ 1°) Calculer u_1 , donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.2°) Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe de f et la droite d'équation $y = x$. Construire u_0 , u_1 , et u_2 sur l'axe des abscisses :

3°) On définit, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 1}$

- (a) Démontrer que (v_n) est géométrique de raison $\frac{2}{5}$.
- (b) En déduire une expression de v_n en fonction de n .
- (c) Exprimer u_n en fonction de v_n .
- (d) En déduire l'expression de u_n en fonction de n .

► EXERCICE 3 /10

Soit la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ et $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 4u_n$ 1°) Calculer u_2 et montrer que $u_3 = 21$.

2°) Première approche :

- (a) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_{n+1} - u_n$. Démontrer que (v_n) est géométrique. Donner son expression en fonction de n .
- (b) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_n = u_{n+1} - 4u_n$. Démontrer que (w_n) est une suite constante. En déduire l'expression de w_n en fonction de n .
- (c) Exprimer u_n en fonction de v_n et w_n et en déduire une expression de u_n en fonction de n .

3°) Seconde approche :

- (a) (**) Vérifier que (u_n) vérifie la relation $u_{n+1} = 4u_n + 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- (b) Déterminer l'expression de u_n en fonction de n , pour tout n entier, en utilisant la méthode du point fixe.