## COMPLÉMENT SUR LES LANGAGES : LEMME DE L'ÉTOILE

Une condition nécessaire pour être un langage reconnaissable : le lemme de l'étoile (attention, la réciproque est fausse).

**Proposition 1**

*Soit $L$ un langage reconnaissable.*

*Alors il existe un entier $n > 0$ tel que pour tout $u \in L$, si $|u| > n$, alors il existe 3 mots $r, s, t$ tels que*

— $u = rst$

— $s \neq \varepsilon$,

— $|rs| < n$

— *et pour tout $k \in \mathbb{N}$, $rs^k t \in L$.*

En général, on utilise ce résultat pour montrer qu'un langage n'est pas reconnaissable : on suppose qu'il l'est, il vérifie alors le lemme de l'étoile puis on choisit judicieusement un mot de $L$ de longueur au moins $n$, on le décompose et on montre que l'appartenance $rs^k t$ conduit à une contradiction.

**Exemples**

a) Soit $a$, $b$ deux lettres. Le langage $\{a^n b^n \ / \ n \in \mathbb{N}\}$ n'est pas reconnaissable.

b) Le langage $\{u \in \{a, b\}^* \ / \ |u|_a = |u|_b\}$ n'est pas reconnaissable.

c) Le langage $\{a^p \ / \ p \text{ premier}\}$ n'est pas reconnaissable.

d) Le langage des palindromes n'est pas reconnaissable.